

Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΟΝ ΚΥΚΛΟ

Ημερομηνία:

Ονοματεπώνυμο:

Χρόνος Εξέτασης: 2 ώρες

Θέμα Α

1) Έστω (ε) η εφαπτομένη του κύκλου $x^2 + y^2 = \rho^2$ σε ένα σημείο του $A(x_1, y_1)$.

Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη (ε) έχει εξίσωση $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

(Μονάδες 8)

2) Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Δίνεται κύκλος $x^2 + y^2 = 5$ και το σημείο του $M(1, 2)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο M έχει εξίσωση:

Α) $2x + y = 5$ Β) $x + 2y = \sqrt{5}$ Γ) $2x + y = \sqrt{5}$ Δ) $x + 2y = 5$

(Μονάδες 5)

3) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Α) Το σημείο $(2, -4)$ ανήκει στο κύκλο $(x - 1)^2 + y^2 = 17$.

Β) Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 25$ και η ευθεία $y = -7x$ εφάπτονται.

Γ) Η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2x + 1 = 0$ είναι εξίσωση κύκλου.

(Μονάδες 12)

Θέμα Β

Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ με κέντρο $K(1,2)$ και η ευθεία $(\varepsilon): 3x + 4y + 1 = 0$.

Α) Να αποδείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου C είναι $\rho=2$. (Μονάδες 10)

Β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του κέντρου K από την ευθεία ε είναι $\frac{12}{5}$.

(Μονάδες 10)

Γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η ευθεία (ε) και ο κύκλος C δεν έχουν κοινά σημεία.

(Μονάδες 5)

Θέμα Γ

Δίνονται τα σημεία $A(-2,4)$ και $B(8,4)$.

Α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με διάμετρο το τμήμα (AB) είναι:

$$C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

(Μονάδες 5)

Β) Να αποδείξετε ότι ο C διέρχεται από την αρχή O των αξόνων και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του στο σημείο αυτό.

(Μονάδες 7)

Γ) Να αποδείξετε ότι το σημείο $\Gamma(5,0)$ βρίσκεται στο εσωτερικό του κύκλου και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της χορδής του που έχει μέσο το σημείο Γ .

(Μονάδες 7)

Δ) Να βρείτε τη τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ για την οποία η ευθεία $y = \frac{4}{3}x + \alpha$

εφάπτεται στον κύκλο.

(Μονάδες 6)

Θέμα Δ

Δίνονται οι εξισώσεις $C_1: x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ και $C_2: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$.

A) Να δείξετε ότι και οι δύο είναι εξισώσεις κύκλων με κέντρα $K(1,0)$ και $\Lambda(3,0)$ και ακτίνες $\rho_1 = 3$ και $\rho_2 = 1$ αντίστοιχα.

(Μονάδες 7)

B) Να βρείτε το μήκος της διακέντρου (ΚΛ).

(Μονάδες 2)

Γ) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος C_2 εφάπτεται εσωτερικά του κύκλου C_1 .

(Μονάδες 7)

Δ) Να βρείτε τις εξισώσεις των ακτίνων του κύκλου C_1 που εφάπτονται στον κύκλο C_2 .

(Μονάδες 9)

Καλή Επιτυχία!!!
Βοντίτσος Βασίλειος