

**ΝΕΚΤΑΡΙΟΣ ΤΣΙΛΙΒΙΓΚΟΣ**

**ΦΥΣΙΚΗ**

**Α Λυκείου**

Σαλαμίνα





---

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Με το μικρό αυτό βιβλίο θα ήθελα να βοηθήσω τους μαθητές της Α' τάξης του Ενιαίου Λυκείου να οργανώσουν καλύτερα τη μελέτη τους στο μάθημα της Φυσικής Γενικής Παιδείας.

Το βιβλίο περιέχει:

- Συνοπτική θεωρία
- Ερωτήσεις ανά κεφάλαιο
- Ασκήσεις ανά κεφάλαιο
- Επαναληπτικά προβλήματα

*Κάθε παρατήρηση ή υπόδειξη που θα μπορούσε να συμβάλει στη βελτίωση του βιβλίου, θα γίνει δεκτή με ιδιαίτερη χαρά.*

*Νεκτάριος Τσιλιβίγκος*

**Επικοινωνία:** [info@spoud.gr](mailto:info@spoud.gr)



---

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Κεφάλαιο	Σελίδα
1.1 Ευθύγραμμη κίνηση . . . . .	7
1.2 Δυναμική σε μία διάσταση . . . . .	42
1.3 Δυναμική στο επίπεδο . . . . .	64
2.1 Διατήρηση της ορμής . . . . .	100
2.2 Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας . . . . .	111
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ	146



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.1

### Ευθύγραμμη κίνηση

#### Απαραίτητες γνώσεις

- 1. Τι είναι τα φυσικά μεγέθη; Που μας εξυπηρετούν; Να αναφέρετε παραδείγματα.**

Με τα *φυσικά μεγέθη* περιγράφουμε ποιοτικά και ποσοτικά, τα φυσικά φαινόμενα. Π.χ.

- α.** Για να περιγράψουμε το πόσο μακριά είναι το σχολείο από το σπίτι μας, χρησιμοποιούμε το φυσικό μέγεθος μήκος.
- β.** Για να περιγράψουμε το πόσο γρήγορα κινείται ένα αυτοκίνητο, χρησιμοποιούμε το φυσικό μέγεθος ταχύτητα.

Κάθε φυσικό μέγεθος έχει το δικό του σύμβολο και τη δική του μονάδα μέτρησης.

- 2. Σε ποιες κατηγορίες χωρίζουμε τα φυσικά μεγέθη;**

Τα φυσικά μεγέθη χωρίζονται σε *μονόμετρα* και σε *διανυσματικά*.

- α.** *Μονόμετρα* ονομάζονται τα φυσικά μεγέθη που για τον πλήρη προσδιορισμό τους, απαιτείται μόνο το μέτρο τους (η αριθμητική τιμή). Μονόμετρα φυσικά μεγέθη είναι η μάζα, το διάστημα, η πυκνότητα κλπ.
- β.** *Διανυσματικά* ονομάζουμε τα μεγέθη που για τον προσδιορισμό τους, απαιτούνται το μέτρο και η κατεύθυνση (διεύθυνση και φορά).

Το μέτρο του φυσικού μεγέθους είναι ο θετικός αριθμός που δείχνει πόσο μεγάλο ή μικρό είναι αυτό το μέγεθος. Αν ο αριθμός αυτός χρειάζεται να "συνοδεύεται" από το κατάλληλο πρόσημο, τότε ονομάζεται αλγεβρική τιμή.

Η κατεύθυνση του διανυσματικού μεγέθους προσδιορίζεται με ένα διάνυσμα. Η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται το διάνυσμα καθορίζει τη διεύθυνση, η αιχμή του διανύσματος τη φορά, ενώ το μήκος του καθορίζει το μέτρο.

Διανυσματικά μεγέθη είναι η ταχύτητα  $\vec{v}$ , η δύναμη  $\vec{F}$  κ.λ.π.

Τα διανυσματικά μεγέθη παριστάνονται με ένα μικρό βελάκι πάνω από το σύμβολό τους. Π.χ. ταχύτητα  $\vec{v}$ . Το μέτρο τους συμβολίζεται με το ίδιο σύμβολο, αλλά χωρίς το διάνυσμα. Π.χ. μέτρο ταχύτητας:  $v$ , μέτρο δύναμης:  $F$ .

Δύο διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι ίσα αν έχουν το ίδιο μέτρο και την ίδια κατεύθυνση:

$$\vec{\alpha} = \vec{\beta}$$

Δύο διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι αντίθετα αν έχουν το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση:

$$\vec{\alpha} = -\vec{\beta}$$

- 3. Ποια θεμελιώδη μεγέθη γνωρίζετε;  
Να γραφούν με τις θεμελιώδεις μονάδες μέτρησής τους.**

Μέγεθος		Μονάδες	
Ονομασία	Σύνηθες σύμβολο	Ονομασία	Σύμβολο
Μήκος	s, l, d	μέτρο	m
Μάζα	M	χιλιόγραμμα	Kg
Χρόνος	T	δευτερόλεπτο	s
Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	I	αμπέρ	A
Θερμοκρασία	T	βαθμός Kelvin	K
Ποσότητα ύλης	N		mol mol
Φωτεινή ένταση	I <sub>v</sub>	κήριο (candela)	cd

Το σύνολο των θεμελιωδών μονάδων μέτρησης αποτελεί το Διεθνές Σύστημα Μονάδων S.I.

- 4. Τι είναι οι διαστάσεις ενός φυσικού μεγέθους;  
Σε τι μας ωφελεί η γνώση τους;**

Οι διαστάσεις ενός φυσικού μεγέθους είναι οι σχέσεις που το συνδέουν με τα θεμελιώδη μεγέθη.

Για παράδειγμα η ταχύτητα ορίζεται ως:  $[\text{ταχύτητα}] = \frac{[\text{μήκος}]}{[\text{χρόνος}]}$ .

Αν το μήκος παρασταθεί με L και ο χρόνος με T, τότε:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [LT^{-1}]. \quad (\text{εξίσωση διαστάσεων})$$

Η γνώση των διαστάσεων των φυσικών μεγεθών είναι χρήσιμη, γιατί μας επιτρέπει την ποιοτική επαλήθευση της ορθότητας ενός τύπου, αφού οι διαστάσεις στο αριστερό και στο δεξί μέλος πρέπει να είναι οι ίδιες.



**5. Πώς ορίζεται το φυσικό μέγεθος μήκος;  
Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησής του;**

Με το φυσικό μέγεθος *μήκος* υπολογίζουμε την απόσταση μεταξύ δύο θέσεων. Συνήθως συμβολίζεται με  $x$ ,  $l$ ,  $d$  ή  $s$ .

Η θεμελιώδης μονάδα μέτρησης του μήκους στο S.I. είναι το μέτρο (m).

Το ένα μέτρο είναι ίσο με το 1 δεκάκις εκατομμυριοστό της απόστασης από τον Βόρειο Πόλο μέχρι τον Ισημερινό.

Άλλες μονάδες μέτρησης του μήκους είναι :

1 εκατοστό:  $1\text{cm} = 10^{-2}\text{m}$   
 1 χιλιοστό:  $1\text{mm} = 10^{-3}\text{m}$   
 1 χιλιόμετρο:  $1\text{km} = 10^3\text{m}$

**6. Τι μας δείχνουν το εμβαδόν και ο όγκος;  
Ποιες μονάδες μέτρησής τους γνωρίζετε;**

Το *εμβαδόν* μας δείχνει το μέγεθος μιας επιφάνειας. Συνήθως συμβολίζεται με το  $S$ . Η μονάδα μέτρησής του στο S.I. είναι το τετραγωνικό μέτρο ( $\text{m}^2$ ).

Άλλες μονάδες μέτρησης του εμβαδού είναι :

1 τετραγωνικό εκατοστό:  $1\text{cm}^2 = 10^{-4}\text{m}^2$   
 1 τετραγωνικό χιλιοστό:  $1\text{mm}^2 = 10^{-6}\text{m}^2$

Ο *όγκος* μας δείχνει το μέγεθος ενός γεωμετρικού σώματος. Συνήθως συμβολίζεται με το  $V$ .

Η μονάδα μέτρησής του στο S.I. είναι το κυβικό μέτρο ( $\text{m}^3$ ).

Άλλες μονάδες μέτρησης του όγκου είναι :

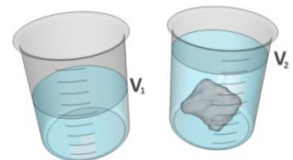
1 κυβικό δεκάμετρο:  $1\text{dm}^3 = 10^{-3}\text{m}^3 = 1\text{L}$   
 1 κυβικό εκατοστό:  $1\text{cm}^3 = 10^{-6}\text{m}^3 = 1\text{mL}$   
 1 κυβικό χιλιοστό:  $1\text{mm}^3 = 10^{-9}\text{m}^3$

**7. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε στην πράξη τον όγκο ενός σώματος ακανόνιστου σχήματος;**

Γεμίζουμε τον ογκομετρικό σωλήνα με νερό και σημειώνουμε την αρχική του ένδειξη  $V_1$ . Βυθίζουμε στον σωλήνα το σώμα του οποίου τον όγκο θέλουμε να μετρήσουμε. Η στάθμη του νερού ανέρχεται και σημειώνουμε την νέα ένδειξη  $V_2$ .

Ο όγκος του σώματος που ρίξαμε στον σωλήνα είναι:

$$V = V_2 - V_1$$



**8. Πώς ορίζεται η μάζα ενός σώματος; Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησής της;**

Η μάζα ενός σώματος είναι το μέτρο της αδράνειάς του. Μας δείχνει το μέγεθος της αντίδρασης του σώματος όταν προσπαθούμε να αλλάξουμε την κινητική του κατάσταση.

Η μάζα είναι μονόμετρο μέγεθος. Συμβολίζεται με το  $m$  και έχει ως μονάδα μέτρησης το χιλιόγραμμα ( $kg$ ).

Άλλες μονάδες μέτρησης της μάζας είναι: 1 γραμμάριο:  $1kg = 10^3g$   
1 τόνος:  $1tn = 10^3kg$

**9. Πώς ορίζεται η πυκνότητα ενός σώματος; Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησής της στο S.I.;**

Η πυκνότητα ενός σώματος  $d$  μας πληροφορεί για την μάζα του ανά μονάδα όγκου. Δίνεται από τον τύπο:  $d = \frac{m}{V}$ , όπου  $m$  η μάζα του σώματος που περιέχεται σε όγκο  $V$ . Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το  $1kg/m^3$ . Άλλη μονάδα μέτρησης είναι το  $1g/cm^3$ .

Ομογενές είναι το σώμα που έχει την ίδια πυκνότητα σε όλη του την έκταση. Π.χ.: Αν ένα ομογενές σώμα έχει πυκνότητα  $d = 2g/cm^3$ , τότε σε όγκο του σώματος ίσο με  $1cm^3$  περιέχεται μάζα ίση με  $2g$ .

**10. Πώς ορίζεται η μεταβολή και ο ρυθμός μεταβολής ενός φυσικού μεγέθους;**

Έστω ότι ένα φυσικό μέγεθος  $X$  μεταβάλλεται από  $X_{αρχ}$  σε  $X_{τελ}$ .

$$\Delta X = X_{αρχ} - X_{τελ}$$

Τότε, η μεταβολή της τιμής του ορίζεται ως:

Αν η παραπάνω μεταβολή γίνεται σε χρόνο  $\Delta t$ , τότε το πηλίκο  $\frac{\Delta X}{\Delta t}$  ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής του φυσικού μεγέθους  $X$  και μας δίνει το πόσο μεταβάλλεται το παραπάνω μέτρο σε σχέση με το χρόνο.

- Αν το μέτρο του φυσικού μεγέθους  $X$  αυξάνεται:  $\Delta X > 0 \Rightarrow \frac{\Delta X}{\Delta t} > 0$
- Αν το μέτρο του φυσικού μεγέθους  $X$  μειώνεται:  $\Delta X < 0 \Rightarrow \frac{\Delta X}{\Delta t} < 0$

Συχνά, ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους είναι ένα νέο φυσικό μέγεθος.

Π.χ.: Ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας = επιτάχυνση.

## Ευθύγραμμη κίνηση

### 11. Τι ονομάζουμε κίνηση; Τι ονομάζουμε τροχιά; Ποια είδη τροχιών γνωρίζετε;

Κίνηση ενός αντικειμένου λέγεται η χρονική αλλαγή της θέσης του ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς.

Τροχιά του αντικειμένου που κινείται ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, ονομάζεται η νοητή γραμμή που χαράσσει κάθε σημείο του.

Οι τροχιές μπορεί να είναι ευθύγραμμες, κυκλικές ή καμπυλόγραμμες.

Ανάλογα με την μορφή των τροχιών, μπορεί να έχουμε ευθύγραμμες, κυκλικές ή καμπυλόγραμμες κινήσεις.

### 12. Τι είναι το σωματίο ή σημειακό αντικείμενο;

Σωματίο ή σημειακό αντικείμενο ονομάζεται το σώμα που έχει ασήμαντες διαστάσεις σε σχέση με τον γύρω χώρο.

Η τροχιά ενός σημειακού αντικειμένου είναι συνεχής γραμμή.

### 13. Τι είναι οι εξισώσεις κίνησης;

Εξισώσεις κίνησης ονομάζονται οι συναρτήσεις που περιγράφουν την κίνηση ενός σημειακού αντικειμένου.

Η κίνηση σε μία ευθεία περιγράφεται με μία εξίσωση κίνησης  $x = x(t)$ , ενώ η κίνηση στο επίπεδο με δύο εξισώσεις,  $x = x(t)$  και  $y = y(t)$ .

Οι εξισώσεις κίνησης μας βοηθούν να βρίσκουμε τη θέση του κινητού κάθε χρονική στιγμή.

### 14. Τι εννοούμε λέγοντας ότι η κίνηση ενός σημειακού αντικειμένου είναι σχετική;

Λέγοντας ότι η κίνηση ενός σημειακού αντικειμένου είναι σχετική, εννοούμε ότι περιγράφεται με διαφορετικές εξισώσεις και διαγράφει διαφορετική τροχιά, όταν αλλάζουμε το σύστημα αναφοράς. Άρα η κίνηση δεν μπορεί να περιγραφεί, παρά μόνο ως προς ένα σύστημα αναφοράς.

Ένα παράδειγμα που αποδεικνύει ότι η κίνηση είναι σχετική, είναι η περίπτωση του φαναριού στο εμπρός μέρος του ποδηλάτου. Ο ποδηλάτης το βλέπει ακίνητο, ενώ ο παρατηρητής στο έδαφος το βλέπει να κινείται και να διαγράφει κάποια τροχιά.

**15. Ποια ευθεία ονομάζουμε προσανατολισμένη;**

*Προσανατολισμένη* ονομάζεται η ευθεία στην οποία έχουμε ορίσει αυθαίρετα ως θετική μία από τις δύο δυνατές κατευθύνσεις πάνω σ' αυτήν.

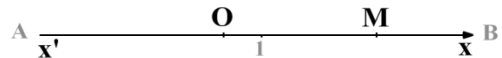
Αν ορίσουμε ένα σημείο  $O$  της ευθείας ως αρχή και ένα μήκος ως μονάδα μήκος, τότε η προσανατολισμένη ευθεία, θεωρείται άξονας.

**16. Πώς προσδιορίζουμε τη θέση ενός σημειακού αντικειμένου πάνω σε μία ευθεία;**

Πάνω σε μία ευθεία  $AB$  μπορούμε να κινηθούμε είτε από το  $A$  ως το  $B$ , είτε αντίθετα.

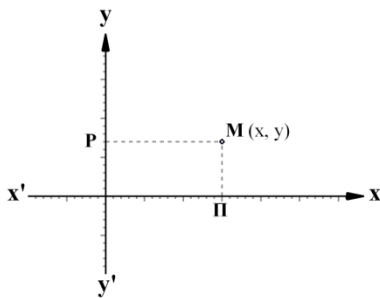
Το που βρίσκεται ένα σημειακό αντικείμενο  $M$  πάνω σε μία ευθεία, προσδιορίζεται από την συντεταγμένη του αντικειμένου. Η συντεταγμένη αυτή ονομάζεται *θέση* του αντικειμένου και συμβολίζεται με το γράμμα  $x$ .

Το  $x$  είναι θετικό όταν το αντικείμενο βρίσκεται σε σημείο του θετικού ημιάξονα και αρνητικό, όταν βρίσκεται σε σημείο του αρνητικού ημιάξονα.



Ο άξονας  $x'Ox$  είναι το σύστημα αναφοράς για το σημείο  $M$ .

**17. Πώς ορίζουμε την θέση ενός σημειακού αντικειμένου στο επίπεδο;**



Υποθέτουμε ότι το σημειακό αντικείμενο  $M$  βρίσκεται στην ίδια επίπεδη επιφάνεια.

Για να προσδιορίσουμε το πού βρίσκεται, θεωρούμε ως σύστημα αναφοράς δύο άξονες,  $x'Ox$  και  $y'Oy$ , κάθετους μεταξύ τους, με κοινή αρχή το σημείο  $O$ . Από το σημείο που βρίσκεται το  $M$  φέρνουμε κάθετες στους δύο άξονες, που τους τέμνουν στα σημεία  $\Pi$  και  $P$ .

Η συντεταγμένη  $x$  του σημείου  $\Pi$  (τετμημένη του  $M$ ) και η συντεταγμένη  $y$  του  $P$  (τεταγμένη του  $M$ ), είναι οι συντεταγμένες του  $M$  στο σύστημα αξόνων  $xOy$ .

Άρα, η θέση του σημειακού αντικειμένου  $M$  προσδιορίζεται από δύο συντεταγμένες  $x$  και  $y$  και γράφουμε  $M(x, y)$ .

Οι δύο άξονες  $x'Ox$  και  $y'Oy$ , αποτελούν ένα ορθογώνιο "καρτεσιανό" σύστημα αναφοράς  $xOy$ .

Οι συντεταγμένες  $x$  και  $y$  ονομάζονται καρτεσιανές.

**18. Πώς ορίζεται η χρονική διάρκεια και πώς η χρονική στιγμή;  
Πώς συμβολίζονται;**

Η *χρονική διάρκεια* μας πληροφορεί για το χρόνο που "διαρκεί" ένα γεγονός

Π.χ.: Η χρονική διάρκεια του μαθήματος είναι 1 ώρα, ενώ του ποδοσφαιρικού αγώνα 90 λεπτά.

Η χρονική στιγμή δεν έχει διάρκεια. Χαρακτηρίζεται από έναν αριθμό, πιθανόν την ένδειξη ενός ρολογιού ή χρονομέτρου, που μας δείχνει την χρονική διάρκεια ανάμεσα σε αυτήν και την χρονική στιγμή που αυθαίρετα ορίσαμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου.

Π.χ.: Αν πούμε πως το μάθημα ξεκινά στις 8:00 π.μ., υπονοούμε ότι έχει παρεμβληθεί χρονική διάρκεια 8 ωρών, από την χρονική στιγμή μεσάνυχτα, που συμφωνήσαμε να είναι η αρχή των χρόνων.

Η μονάδα μέτρησης του χρόνου στο S.I. είναι το 1 δευτερόλεπτο (1s).

Άλλες μονάδες μέτρησης του χρόνου είναι:

1 λεπτό:	1 min = 60s
1 ώρα:	1 h = 60min
	= 3600s

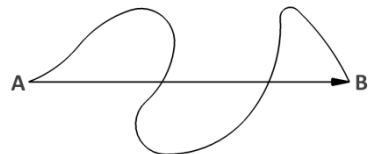
**19. Πώς ορίζεται η μετατόπιση ενός αντικειμένου ανάμεσα σε 2 σημεία;**

Η μετατόπιση αναφέρεται σε σημειακό αντικείμενο, που αλλάζει θέση από το A ως το B.

Παριστάνεται με ένα διάνυσμα που ξεκινά από A και καταλήγει στο B. Χαρακτηρίζεται:

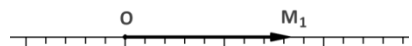
- α. από το μέτρο της, που είναι ίσο με την απόσταση των δύο θέσεων και
- β. από την κατεύθυνσή της.

Η μετατόπιση εξαρτάται μόνο από την απόσταση των σημείων A και B και όχι από το μήκος της τροχιάς του κινητού που ενώνει τα 2 σημεία.



**20. Πώς ορίζεται η θέση ενός κινητού πάνω σε έναν άξονα;**

Θέση ενός σημειακού αντικειμένου σε άξονα και σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή, ονομάζεται το διάνυσμα που έχει ως αρχή το σημείο O του άξονα και τέλος το σημειακό αντικείμενο.



Θέση του σημειακού αντικειμένου που βρίσκεται στο σημείο  $M_1$  του άξονα, ονομάζεται το διάνυσμα  $OM_1$ .

Η θέση αναφέρεται σε σημειακό αντικείμενο, σε άξονα και σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Η τιμή της συμπίπτει με την συντεταγμένη του σημείου στο οποίο βρίσκεται το αντικείμενο. Είναι θετική, όταν το αντικείμενο βρίσκεται στον θετικό ημιάξονα...

**21. Πώς ορίζεται η μετατόπιση ενός αντικειμένου πάνω σε μία ευθεία;**

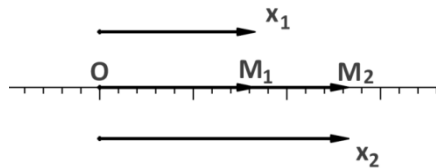
Η μετατόπιση ενός σημειακού αντικειμένου που κινείται σε άξονα, σε ορισμένη χρονική διάρκεια, είναι το διάνυσμα που ξεκινά από το αρχικό σημείο και καταλήγει στο τελικό σημείο κίνησής του.

Για μετακίνηση κινητού από το σημείο  $M_1$  ως το σημείο  $M_2$ , η μετατόπιση παριστάνεται από το διάνυσμα  $M_1M_2$ .

Αν  $x_1$  και  $x_2$  η αρχική και η τελική θέση του αντικειμένου, τότε:

$$\vec{M_1M_2} = \vec{x_2} - \vec{x_1}$$

Η τιμή της συμβολίζεται συνήθως με  $\Delta x$  ( $\Delta x = x_2 - x_1$ ) και είναι θετική όταν το αντικείμενο κινείται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα.

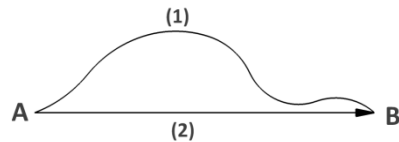


**22. Σε τι διαφέρουν η μετατόπιση και το διάστημα που διανύει ένα κινητό; Σε ποια περίπτωση ταυτίζονται;**

Το διάστημα είναι μονόμετρο μέγεθος. Συνήθως συμβολίζεται με  $s$ . Μας δείχνει το μήκος της τροχιάς που έχει διανύσει το σημειακό αντικείμενο σε κάποια χρονική διάρκεια  $\Delta t$ .

Η μετατόπιση είναι διανυσματικό μέγεθος. Συνήθως συμβολίζεται με  $\vec{x}$ . Μας δείχνει την απόσταση του τελικού από το αρχικό σημείο κίνησής του αντικειμένου.

Για ένα κινητό που μετακινήθηκε από το Α στο Β ακολουθώντας την τροχιά (1) του σχήματος, το διάστημα είναι το μήκος της τροχιάς (1), ενώ η μετατόπιση παριστάνεται με το διάνυσμα (2).



Σε γενικές γραμμές, το μέτρο της μετατόπισης είναι μικρότερο από το διάστημα που διανύει το κινητό. Οι δύο τιμές τους συμπίπτουν στην ευθύγραμμη κίνηση με σταθερή φορά.

**23. Πώς ορίζονται η μέση ταχύτητα και η μέση διανυσματική ταχύτητα ενός κινητού;**

Η μέση ταχύτητα ενός κινητού είναι το μονόμετρο μέγεθος που ορίζεται από την σχέση:

όπου:  $\Delta s$ : Το διάστημα που διανύει το κινητό σε χρόνο  $\Delta t$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Η μέση διανυσματική ταχύτητα ενός κινητού είναι το διανυσματικό μέγεθος με μέτρο το πηλίκο του μέτρου της μετατόπισης σε χρόνο  $\Delta t$  προς το χρόνο αυτό:

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Η κατεύθυνση της μέσης διανυσματικής ταχύτητας συμπίπτει με αυτή της μετατόπισης.

Αν το κινητό μετατοπίζεται στον άξονα  $x$  από την αρχική θέση  $x_1$  στην τελική  $x_2$ , τότε η αλγεβρική τιμή της μέσης διανυσματικής ταχύτητας είναι:

$$v_{\mu} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Είναι θετική όταν το κινητό μετατοπίζεται προς την θετική κατεύθυνση του άξονα  $Ox$ .

Η μονάδα μέτρησης της ταχύτητας στο S.I. είναι το 1m/s.

Άλλη μονάδα μέτρησης είναι το 1km/h.

**24. Ποια κίνηση ονομάζουμε ευθύγραμμη ομαλή;**

Ευθύγραμμη ομαλή είναι η κίνηση ενός αντικειμένου με σταθερή ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση.

**25. Να αποδειχθεί η εξίσωση κίνησης στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.**

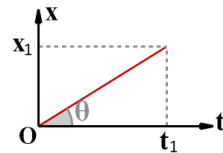
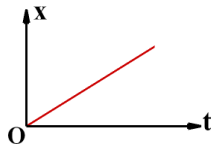
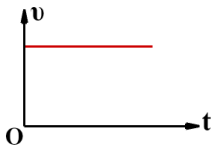
Έστω ότι την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0$  και την χρονική στιγμή  $t$  στην θέση  $x$ .

Από τον ορισμό της ταχύτητας έχουμε.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{x - x_0}{t - t_0} \Rightarrow x - x_0 = v(t - t_0)$$

Θεωρώντας  $x_0 = 0$  και  $t_0 = 0$ , καταλήγουμε στην εξίσωση κίνησης:  $x = vt$ .

26. Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου & μετατόπισης – χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Θεωρείστε ότι την χρονική στιγμή 0, το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$  και ότι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του είναι θετική.

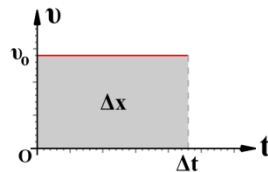


Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα μετατόπισης – χρόνου στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση μας δίνει το μέτρο της ταχύτητας του κινητού.

$$\epsilon\phi\theta = \frac{x_1}{t_1} = v$$

27. Πώς μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση ενός κινητού  $\Delta x$  από το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου;

Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα  $v_0$  επί χρόνο  $\Delta t$  και μετατοπίζεται κατά:  $\Delta x = v_0 \cdot \Delta t$ . Η μετατόπισή του είναι ίση με το εμβαδόν που περικλείεται στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ανάμεσα στην ευθεία που παριστάνει την ταχύτητα και τον άξονα του χρόνου.



Το παραπάνω συμπέρασμα μπορεί να γενικευθεί για οποιαδήποτε άλλη κίνηση.

28. Πώς ορίζεται η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού; Σε ποια περίπτωση συμπίπτει με την μέση ταχύτητά του;

Η στιγμιαία ταχύτητα ενός σημειακού αντικειμένου ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του κατά την στιγμή εκείνη. Η τιμή της είναι ίση με την τιμή που τείνει η μέση ταχύτητά του, όταν η χρονική διάρκεια μέτρησης τείνει στο μηδέν.

Τα χαρακτηριστικά της παραπάνω ταχύτητας είναι:

- α. Το μέτρο, που μας πληροφορεί για το πόσο γρήγορα κινείται το αντικείμενο εκείνη την στιγμή.
- β. Την κατεύθυνση, που μας πληροφορεί για το προς τα πού πηγαίνει το αντικείμενο εκείνη την στιγμή.

Η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού, συμπίπτει με την μέση ταχύτητα, στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.



**29. Πώς ορίζεται η μέση επιτάχυνση ενός κινητού σε μία μεταβαλλόμενη κίνηση;**

Η μέση επιτάχυνση ενός κινητού  $\alpha$ , ορίζεται ως το ηλίκο της μεταβολής της ταχύτητάς του  $\Delta\vec{v}$  σε χρόνο  $\Delta t$ , προς το χρόνο αυτό:

$$\alpha = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

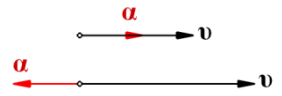
Η μονάδα μέτρησης της μέσης επιτάχυνσης είναι το  $1\text{m/s}^2$ . Η κατεύθυνσή της συμπίπτει με την κατεύθυνση της μεταβολής της ταχύτητας  $\Delta\vec{v}$ .

Αν το αντικείμενο κινείται σε άξονα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται από  $v_1$  σε  $v_2$  σε χρόνο  $\Delta t$ , τότε η μέση επιτάχυνσή του είναι:

$$\alpha = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

Σε αυτήν την περίπτωση:

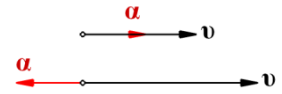
- Αν η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας αυξάνεται, τότε η επιτάχυνση  $\alpha$  έχει ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα.
- Αν η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας μειώνεται, τότε η επιτάχυνση  $\alpha$  έχει κατεύθυνση αντίθετη από αυτήν της ταχύτητας.



**30. Ποια κίνηση ονομάζουμε Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη; Σε ποιες κατηγορίες την διακρίνουμε;**

Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση ονομάζουμε κάθε κίνηση με σταθερή επιτάχυνση.

- Αν η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας αυξάνεται ( $\alpha > 0$ ) τότε έχουμε ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- Αν η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας μειώνεται ( $\alpha < 0$ ) τότε έχουμε ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρνητική επιτάχυνση. Παλαιότερα, ανέφεραν την κίνηση αυτή ως ομαλά "επιβραδυνόμενη".



**31. Να αποδειχθούν οι σχέσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης ενός κινητού σε συνάρτηση με τον χρόνο στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και να γίνουν τα αντίστοιχα διαγράμματα.**

**α. Ταχύτητα  $v$ :**

Έστω ότι την χρονική στιγμή  $t_0$  το κινητό έχει αρχική ταχύτητα  $v_0$ , και την χρονική στιγμή  $t$  έχει ταχύτητα  $v$ . Τότε:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow v = v_0 + \alpha(t - t_0)$$

Θεωρώντας ότι  $t_0 = 0$ , έχουμε:

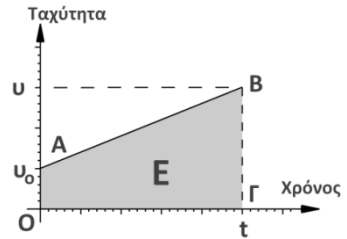
$$v = v_0 + \alpha \cdot t.$$

Αν το κινητό ξεκινά από την ηρεμία ( $v_0 = 0$ ), τότε έχουμε:

$$v = \alpha \cdot t.$$

**β. Μετατόπιση x:**

Θεωρώντας ότι  $t_0 = 0$ , σχεδιάζουμε για την κίνηση αυτή το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου. Αποδεικνύεται ότι η μετατόπιση του κινητού είναι ίση με το εμβαδό του τραapeζιού ABΓO.



$$x = E = \frac{(v_0 + v)t}{2} = \frac{(v_0 + v_0 + at)t}{2} \Rightarrow x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

Αν το κινητό ξεκινά από την ηρεμία, τότε  $v_0 = 0$  οπότε,  $x = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Σημείωση: Αν η κατεύθυνση της επιτάχυνσης είναι αντίθετη από αυτήν της ταχύτητας, τότε  $a < 0$  και  $a = -|a|$ , οπότε οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να γραφούν:

$$v = v_0 + |a|t \quad \text{και} \quad x = v_0 t + \frac{1}{2}|a|t^2$$

Σημείωση: Η κλίση της ευθείας στο διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μας δίνει το μέτρο της επιτάχυνσης.

Σημείωση: Ένας 2<sup>ος</sup> τρόπος απόδειξης της σχέσης  $x = v_0 t + \frac{1}{2}|a|t^2$  είναι:

Έστω ότι για  $t = 0$  το κινητό είχε αρχική ταχύτητα  $v_0$  και μετά από χρόνο  $t$  έχει αποκτήσει ταχύτητα ίση με  $v$ .

Η μέση του ταχύτητα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μπορεί να δοθεί και από την σχέση:  $v_\mu = \frac{v_0 + v}{2}$

Άρα η μετατόπισή του είναι ίση με την μετατόπιση που θα είχε, αν κινούταν επί χρόνο  $t$  με ταχύτητα ίση με  $v_\mu$ .

Άρα:

$$x = v_\mu t = \frac{(v_0 + v)}{2} t = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} t = \frac{2v_0}{2} t + \frac{1}{2} at \cdot t \Rightarrow x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

**32. Πώς εξακριβώνουμε ότι μία αρχική κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα είναι ομαλά επιταχυνόμενη;**

Ελέγχουμε αν οι μετατοπίσεις του κινητού είναι ανάλογες του τετραγώνου του χρόνου της κίνησής του.

## Προθέματα μονάδων του συστήματος S.I.

	πρόθεμα	όνομα	δύναμη
Πολλαπλάσια	Υ	Yiota	$10^{24}$
	Z	Zeta	$10^{21}$
	E	Exa	$10^{18}$
	P	Peta	$10^{15}$
	T	Tera	$10^{12}$
	G	Giga	$10^9$
	M	Mega	$10^6$
	k	kilo	$10^3$
Εδώ, η μονάδα είναι σκέτη, χωρίς πρόθεμα - $10^0 = 1$			
Υπο-πολλαπλάσια	c	centi	$10^{-2}$
	m	mili	$10^{-3}$
	μ	micro	$10^{-6}$
	n	nano	$10^{-9}$
	p	pico	$10^{-12}$
	f	femto	$10^{-15}$
	a	atto	$10^{-18}$
	z	zepto	$10^{-21}$

## Χρήσιμοι Τύποι

**Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση:**

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \Delta x = v \cdot t$$

όπου:  $v$ : ταχύτητα  
 $\Delta x$ : μετατόπιση  
 $\Delta t$ : χρονική διάρκεια

**Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:**

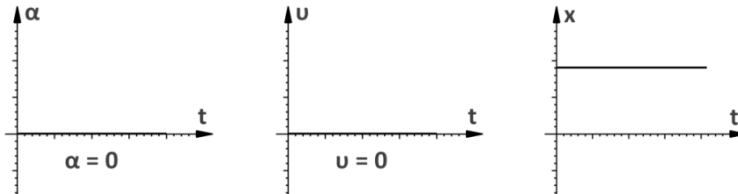
$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad v = v_0 + \alpha \cdot t$$

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$$

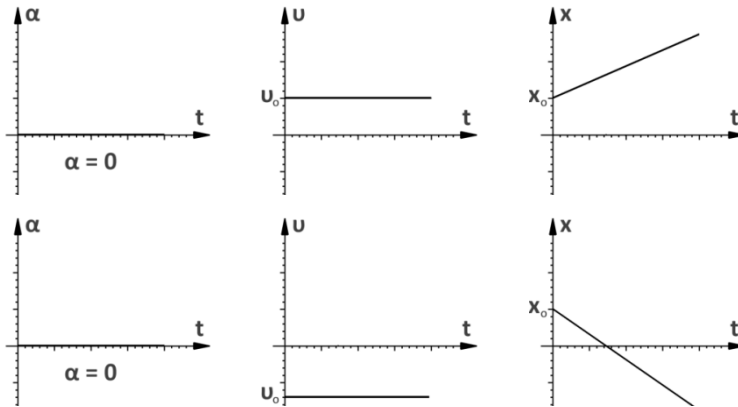
όπου:  $\alpha$ : επιτάχυνση  
 $v_0$ : αρχική ταχύτητα  
 $v$ : τελική ταχύτητα  
 $\Delta x$ : μετατόπιση  
 $t$ : χρονική διάρκεια

## Διαγράμματα στις ευθύγραμμες κινήσεις

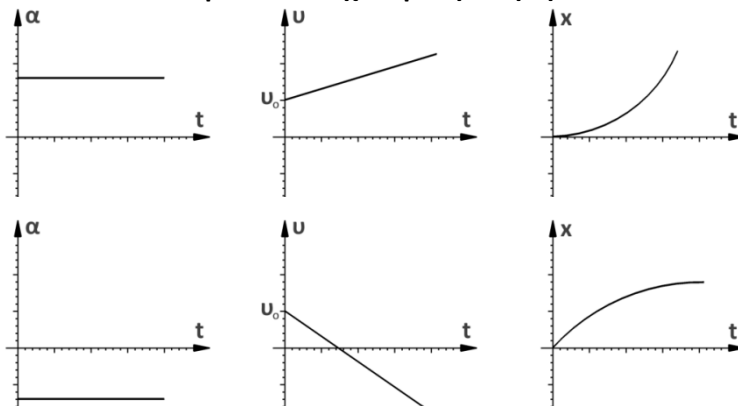
### Ακίνητο σώμα:



### Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

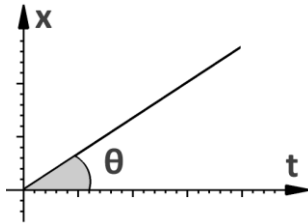


### Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση



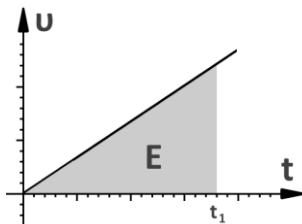
## Υπολογισμοί φυσικών μεγεθών από διαγράμματα

- A. Υπολογισμός ταχύτητας από το διάγραμμα μετατόπισης – χρόνου.



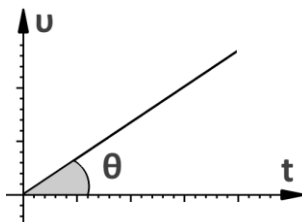
$$\begin{aligned}\text{ταχύτητα} &= \text{εφαπτομένη γωνίας } \theta \\ v &= \varepsilon\phi\theta\end{aligned}$$

- B. Υπολογισμός μετατόπισης από το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου



$$\begin{aligned}\text{μετατόπιση} &= \text{εμβαδόν} \\ x &= E\end{aligned}$$

- Γ. Υπολογισμός επιτάχυνσης από το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου



$$\begin{aligned}\text{επιτάχυνση} &= \text{εφαπτομένη γωνίας } \theta \\ a &= \varepsilon\phi\theta\end{aligned}$$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

### ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ

#### Ερωτήσεις

- 1.1** Ο χιλιομετρητής ενός αυτοκινήτου, μετρά:
- α.** την μετατόπισή του.
  - β.** το μήκος της τροχιάς του.
- 1.2** Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει μήκος  $R$ . Να αντιστοιχίσετε σωστά τις παρακάτω χρονικές διάρκειες, με τις μετατοπίσεις του άκρου.
- |                               |                      |
|-------------------------------|----------------------|
| <b>α.</b> κίνηση επί μισή ώρα | <b>i.</b> 0          |
| <b>β.</b> κίνηση επί μία ώρα  | <b>ii.</b> $2R$      |
|                               | <b>iii.</b> $2\pi R$ |
- 1.3** Οι αρχαίοι Έλληνες πίστευαν πως η Γη δεν κινείται αφού:
- α.** Κινούνται μαζί της και οι άνθρωποι παρατηρητές.
  - β.** Κινείται πολύ αργά ως προς τον Ήλιο.
  - γ.** Περιστρέφεται πολύ γρήγορα γύρω από τον εαυτό της.

#### Προβλήματα

- 1.4** Ο ένοικος μιας πολυκατοικίας βρίσκεται στην κεντρική είσοδο. Αφού περπατά  $6\text{m}$ , μπαίνει στο ασανσέρ και ανεβαίνει στον  $2^\circ$  όροφο, σε ύψος  $8\text{m}$  από το ισόγειο. Να υπολογιστεί το μέτρο της συνολικής μετατόπισης.  
(Απ:  $10\text{m}$ )
- 1.5** Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού, έχει μήκος  $1\text{cm}$ . Να υπολογιστεί η μετατόπιση του άκρου του:
- |                                       |                                      |
|---------------------------------------|--------------------------------------|
| <b>α.</b> μετά από κίνηση μισής ώρας. | <b>γ.</b> μετά από κίνηση μίας ώρας. |
| <b>β.</b> μετά από κίνηση 15 λεπτών   | <b>δ.</b> μετά από κίνηση 20 λεπτών. |
- (Απ: **α.**  $2\text{cm}$  **β.** 0 **γ.**  $\sqrt{2}\text{cm}$  **δ.**  $\sqrt{3}\text{cm}$ )
- 1.6** Δύο κινητά Α και Β έχουν εξισώσεις κίνησης  $x_A = t^2$  και  $x_B = 5t + 6$  (σε m).
- α.** Σε ποιο σημείο θα βρίσκεται το Α κινητό σε χρόνο 1s;
  - β.** Ποιά χρονική στιγμή το Β κινητό θα βρίσκεται στη θέση  $x_B = 16\text{m}$ ;
  - γ.** Ποιά χρονική στιγμή τα δύο κινητά θα βρίσκονται στην ίδια θέση;
- (Απ: **α.**  $1\text{m}$  **β.**  $2\text{s}$  **γ.**  $6\text{s}$ )

## ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΗ

### Ερωτήσεις

**2.1** Ποιά από τις παρακάτω εξισώσεις είναι δυνατόν να αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;

**α.**  $x = 5 - 3t$

**β.**  $x = 2t^2$

**γ.**  $x = -6t^2 + 1$

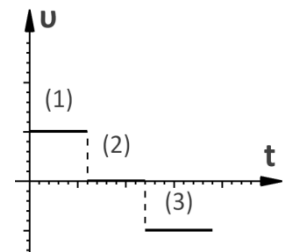
**2.2** Η ευθύγραμμη κίνηση ενός οχήματος περιγράφεται από τα παρακάτω στάδια:

**I.** Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

**α.** Το όχημα κινείται ευθύγραμμα ομαλά στο πρώτο στάδιο ενώ στη συνέχεια σταματά.

**β.** Το όχημα κινείται ευθύγραμμα ομαλά στο πρώτο και στο τρίτο στάδιο, ενώ στο δεύτερο είναι ακίνητο.

**γ.** Η συνολική κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.



**II.** Να αντιστοιχίσετε σωστά τα στάδια της κίνησης με τις αντίστοιχες μετατοπίσεις.

**α.** Πρώτο στάδιο

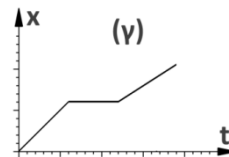
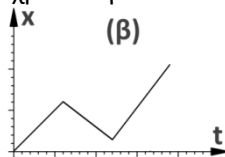
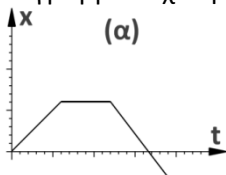
**i.** Θετική μετατόπιση

**β.** Δεύτερο στάδιο

**ii.** Αρνητική μετατόπιση

**iii.** Μηδενική μετατόπιση

**III.** Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα θέσης – χρόνου αντιστοιχεί στο διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για το κινητό;

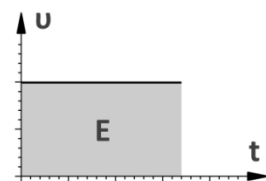


**2.3** Τι παριστάνει το εμβαδόν  $E$  του σχήματος για ένα υλικό σημείο που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;

**α.** Την χρονική διάρκεια κίνησης

**β.** Την συνολική μετατόπιση

**γ.** Την μέση ταχύτητα



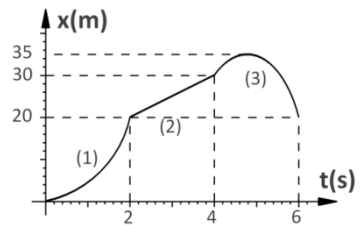
2.4 Να αντιστοιχίσετε σωστά τις ταχύτητες της αριστερής στήλης με τις ταχύτητες της δεξιάς.

- |                     |                    |
|---------------------|--------------------|
| <b>α.</b> 72 km/h   | <b>i.</b> 1000 m/s |
| <b>β.</b> 60 km/min | <b>ii.</b> 10 m/s  |
| <b>γ.</b> 4 km/s    | <b>iii.</b> 20 m/s |
| <b>δ.</b> 36 km/h   | <b>iv.</b> 800 m/s |
|                     | <b>v.</b> 4000 m/s |

2.5 Η ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος περιγράφεται από το παρακάτω διάγραμμα θέσης – χρόνου.

I. Σε ποιο από τα παραπάνω στάδια, η κίνηση του σώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή;

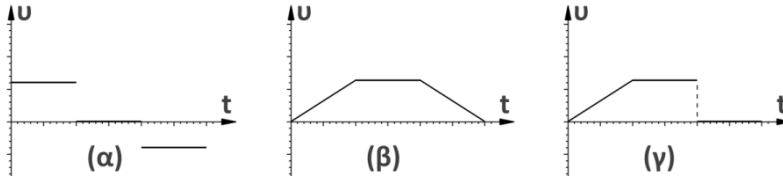
- α.** 0 – 2 s  
**β.** 2 – 4 s  
**γ.** 4 – 6 s



II. Να κάνετε την σωστή αντιστοίχιση μεταξύ των σταδίων κίνησης της αριστερής στήλης και των αλγεβρικών τιμών των μέσων τους ταχυτήτων της δεξιάς.

- |                           |                      |
|---------------------------|----------------------|
| <b>α.</b> 0 – 2 s         | <b>i.</b> 10/3 m/s   |
| <b>β.</b> 2 – 4 s         | <b>ii.</b> 10 m/s    |
| <b>γ.</b> 4 – 6 s         | <b>iii.</b> 5 m/s    |
| <b>δ.</b> συνολική κίνηση | <b>iv.</b> -20/3 m/s |
|                           | <b>v.</b> -5 m/s     |

III. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου είναι σωστό για την κίνηση αυτή;



IV. Το συνολικό μήκος της τροχιάς που διένυσε το σώμα είναι:

- α.** 20m      **β.** 30m      **γ.** 35m      **δ.** 50m

2.6 Μία κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή όταν:

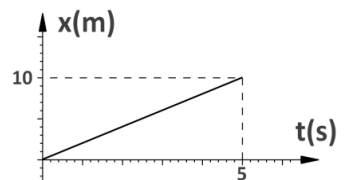
- α.** Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερό.  
**β.** Το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας του κινητού παραμένουν σταθερά.  
**γ.** Το κινητό σε ίσους χρόνους διανύει ίσα διαστήματα.



## Προβλήματα

- 2.7** Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και σε χρόνο 2s μετατοπίζεται κατά 6m.  
**α.** Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητάς του.  
**β.** Να υπολογιστεί το μέτρο της μετατόπισής του στα επόμενα 5s.  
 (Απ: **α.** 3m/s **β.** 15m)
- 2.8** Από ένα σημείο μιας ευθύγραμμης λεωφόρου περνούν ταυτόχρονα δύο αυτοκίνητα, κινούμενα με σταθερές ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 108\text{km/h}$  και  $v_2 = 126\text{km/h}$  της ίδιας κατεύθυνσης.  
**α.** Πόσα km θα διανύσει το πρώτο αυτοκίνητο σε 20min;  
**β.** Πόσο θα απέχουν τα δύο αυτοκίνητα εκείνη τη στιγμή;  
 (Απ: **α.** 36km **β.** 6km)
- 2.9** Σημειακό αντικείμενο κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά διανύει στα πρώτα 4s της κίνησής του 6m.  
**α.** Να υπολογιστεί η μετατόπισή του στα πρώτα 7s της κίνησης.  
**β.** Να υπολογιστεί η μετατόπισή του στο 7<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο της κίνησης.  
 (Απ: **α.** 10,5m **β.** 1,5m)
- 2.10** Δύο μονομάχοι ακουμπώντας ο ένας την πλάτη του στον άλλο, ξεκινούν να κινούνται σε ευθεία τροχιά σε αντίθετες κατευθύνσεις, με ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 3\text{m/s}$  και  $v_2 = 2\text{m/s}$  αντίστοιχα, επί 6s, οπότε σταματούν για να πυροβολήσουν. Πόσο απέχουν εκείνη την στιγμή;  
 (Απ: 30m)

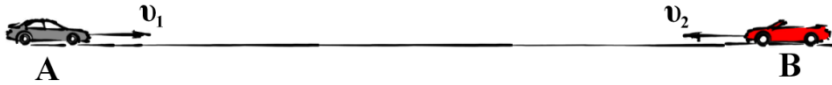
- 2.11** Το διάγραμμα θέσης – χρόνου για ένα αντικείμενο κινούμενο ευθύγραμμα και ομαλά, δίνεται στο σχήμα.



- α.** Να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητάς του και να γραφεί η εξίσωση της κίνησής του.  
**β.** Που θα βρίσκεται την χρονική στιγμή  $t = 6\text{s}$ ;

(Απ: **α.** 2m/s ,  $x = 2t$  **β.** 12m)

- 2.12** Από σημείο Α ενός ευθύ δρόμου, την χρονική στιγμή  $t = 0$ , περνά ένα αυτοκίνητο κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v_1 = 20\text{m/s}$ . Μετά από 2 δευτερόλεπτα, από ένα σημείο Β της ίδιας ευθείας, περνά ένα δεύτερο αυτοκίνητο κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά προς το Α με ταχύτητα  $v_2 = 25\text{m/s}$ .



Αν τα αυτοκίνητα συναντώνται την χρονική στιγμή  $t = 6\text{s}$ , να υπολογιστεί η απόσταση των σημείων Α και Β.

(Απ:  $220\text{m}$ )

- 2.13** Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί τα πρώτα 2s, ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου  $4\text{m/s}$ , τα επόμενα 2s ηρεμεί και στα επόμενα 3s κινείται επίσης ευθύγραμμα ομαλά, με ταχύτητα μέτρου  $1\text{m/s}$ , αλλά αντίθετης κατεύθυνσης. Θεωρήστε ότι στα πρώτα 2s η μετατόπιση του κινητού είναι θετική και για  $t = 0$ , η αρχική του θέση είναι  $x_0 = 0$ .

- Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του κινητού.
- Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα για τη συνολική κίνηση.
- Να γίνει το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου, για την παραπάνω κίνηση.
- Να γίνει το διάγραμμα μετατόπισης – χρόνου για την παραπάνω κίνηση.

(Απ: **α.**  $5\text{m}$  **β.**  $5/7\text{m/s}$ )

- 2.14** Δύο δρομείς περνούν ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο και κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 4\text{m/s}$  και  $v_2 = 5\text{m/s}$ , ακολουθώντας την ίδια διαδρομή μήκους  $1000\text{m}$ .

- Ποια είναι η χρονική διαφορά άφιξης στο τέρμα της διαδρομής των δύο αθλητών;
- Ποιο θα έπρεπε να είναι το μήκος της διαδρομής ώστε η χρονική διαφορά να είναι  $120\text{s}$ ;

(Απ: **α.**  $50\text{s}$  **β.**  $2400\text{m}$ )

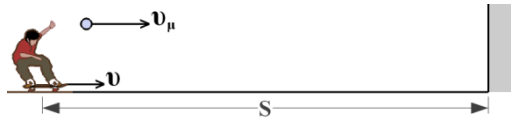
- 2.15** Δύο δρομείς περνούν ταυτόχρονα από τα σημεία Α και Β, κινούμενοι ευθύγραμμα ομαλά ο ένας προς τον άλλον με ταχύτητες  $v_A = 8\text{m/s}$  και  $v_B = 12\text{m/s}$ , αντίστοιχα. Αν η αρχική τους απόσταση είναι  $AB = 300\text{m}$ , μετά από πόσο χρόνο και σε ποια απόσταση θα συναντηθούν;

(Απ:  $15\text{s}$  ,  $120\text{m}$  από το σημείο Α)

- 2.16** Δύο σημειακά αντικείμενα την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  βρίσκονται στις θέσεις  $x_{01} = 4\text{m}$  και  $x_{02} = -2\text{m}$  και κινούνται ευθύγραμμα ομαλά στον άξονα των  $x$  προς τα δεξιά με ταχύτητες  $v_1 = 2\text{m/s}$  και  $v_2 = 5\text{m/s}$  αντίστοιχα. Μετά από πόσο χρόνο και σε ποιο σημείο του άξονα θα συναντηθούν;  
(Απ:  $2\text{s}$ ,  $8\text{m}$ )

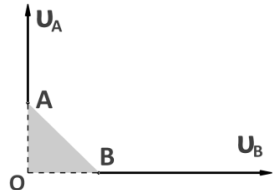
- 2.17** Αν ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει μήκος  $1\text{cm}$ , να υπολογιστεί το μέτρο της ταχύτητας του άκρου του στη διάρκεια  $15$  λεπτών.  
(Απ:  $\sqrt{2}/9 \cdot 10^{-4}\text{m}$ )

- 2.18** Ο μικρός του σχήματος, ενώ κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v = 3\text{m/s}$  προς τα δεξιά, εκτοξεύει ένα μπαλάκι, το οποίο κινείται επίσης ευθύγραμμα ομαλά με  $v_{\mu} = 7\text{m/s}$ , συγκρούεται ελαστικά με τον τοίχο και επιστρέφει προς τα πίσω με το ίδιο μέτρο ταχύτητας.  
**α.** Σε ποιο σημείο ο μικρός θα μπορέσει να πιάσει πάλι το μπαλάκι;  
**β.** Για την κίνηση που εκτελεί το μπαλάκι, να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου.  
Η αρχική απόσταση παιδιού – τοίχου είναι  $S = 20\text{m}$ .



(Απ: **α.**  $8\text{m}$  από τον τοίχο)

- 2.19** Από το σημείο  $O$  περνούν ταυτόχρονα την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  δύο σημειακά αντικείμενα  $A$  και  $B$  με ταχύτητες μέτρων  $v_A = 1\text{m/s}$  και  $v_B = \sqrt{3}\text{m/s}$  κινούμενα ευθύγραμμα ομαλά.  
**α.** Μετά από πόσο χρόνο η απόσταση  $AB$  θα είναι  $8\text{m}$ ;

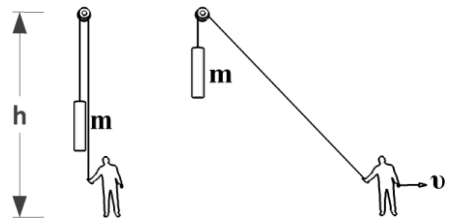


- β.** Μετά από πόσο χρόνο το εμβαδό του τριγώνου  $AOB$  είναι  $9\sqrt{3}\text{m}^2$ ;  
**γ.** Αν  $OD$  το ύψος του  $AOB$ , με ποια ταχύτητα κινείται το σημείο  $D$ ;

(Απ: **α.**  $4\text{s}$  **β.**  $3\sqrt{2}\text{s}$  **γ.**  $3\sqrt{2}\text{m/s}$ )

- 2.20** Ο άνθρωπος του σχήματος κινείται ευθύγραμμα ομαλά από το σημείο  $A$  προς τα δεξιά με ταχύτητα  $v_A$ . Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του σώματος  $m$  στα πρώτα  $2\text{s}$ .

Εφαρμογή:  $h = 8\text{m}$ ,  $v_A = 3\text{m/s}$ .



(Απ:  $1\text{m/s}$ )

## ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΗ ΟΜΑΛΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ

### Ερωτήσεις

**3.1** Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση;

**α.**  $v = v_0 + at$

**β.**  $v = \frac{1}{2}at^2$

**γ.**  $x = vt$

**δ.**  $x = \frac{1}{2}at^2$

**3.2** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Η επιτάχυνση ενός κινητού σε μία συγκεκριμένη χρονική στιγμή εκφράζει τον . . . . . της ταχύτητας του κινητού.

Συμβολίζεται με  $a = \dots\dots$  Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το 1 . . .

**3.3** Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη με τις μονάδες μέτρησής τους στο S.I.

- |               |                     |
|---------------|---------------------|
| <b>α.</b> $x$ | <b>i.</b> m         |
| <b>β.</b> $a$ | <b>ii.</b> km/h     |
| <b>γ.</b> $v$ | <b>iii.</b> $m/s^2$ |
|               | <b>iv.</b> km/s     |
|               | <b>v.</b> m/s       |

**3.4** Ένα κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα 2m/s και επιτάχυνση  $4m/s^2$ . Η ταχύτητα του μετά από 3s είναι:

**α.** 12m/s

**β.** 14m/s

**γ.** 16m/s

**3.5** Να αντιστοιχίσετε τις ευθύγραμμες κινήσεις με τις εξισώσεις κίνησης.

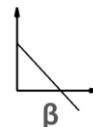
- |                               |                       |
|-------------------------------|-----------------------|
| <b>α.</b> ακίνητο σώμα        | <b>i.</b> $x = 6t^2$  |
| <b>β.</b> ομαλή               | <b>ii.</b> $x = 6t$   |
| <b>γ.</b> ομαλά επιταχυνόμενη | <b>iii.</b> $x = 6$   |
|                               | <b>iv.</b> $x = 6t^3$ |

**3.6 I.** Να συμπληρώσετε τα γράμματα που αντιστοιχούν για τα διαγράμματα στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

**i.** επιτάχυνση – χρόνος . . . .

**ii.** ταχύτητα – χρόνος . . . .

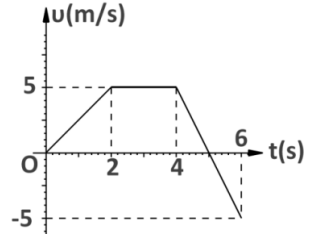
**iii.** θέση – χρόνος . . . .



**II.** Σε ποιο από αυτά, το κινητό έχει σίγουρα αρχική ταχύτητα;

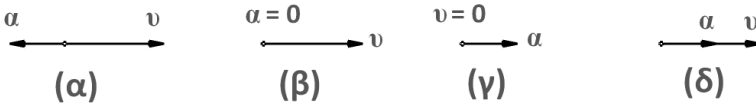
- 3.7 Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας ενός κινητού είναι 5 . . . . .  
**α.** m                      **β.** m/s                      **γ.** m/s<sup>2</sup>                      **δ.** s

- 3.8 **I.** Σε ποιο χρονικό στάδιο το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση;  
**α.** 0 – 2s  
**β.** 2 – 4s  
**γ.** 4 – 6s



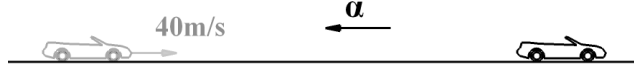
- II.** Ποια είναι η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης για το στάδιο 4 – 6s;  
**α.** 5m/s<sup>2</sup>                      **β.** -5m/s<sup>2</sup>                      **γ.** 2,5m/s<sup>2</sup>                      **δ.** -2,5m/s<sup>2</sup>
- III.** Ποιές χρονικές στιγμές η ταχύτητα του κινητού είναι μηδέν;  
**α.** 0 και 6s                      **β.** 0 και 4s                      **γ.** 0 και 5s                      **δ.** 1 και 5s
- IV.** Η μετατόπιση του κινητού στα πρώτα 3s είναι:  
**α.** 5m                      **β.** 10m                      **γ.** 15m

- 3.9 Να συμπληρώσετε τα κενά με το σωστό γράμμα.



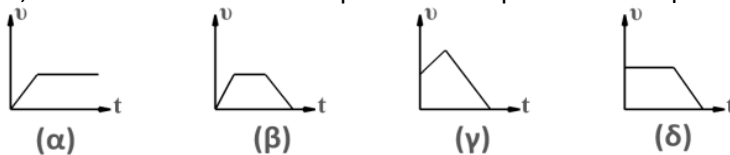
- i.** ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση . . . .  
**ii.** ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με αρνητική επιτάχυνση . . . .  
**iii.** ευθύγραμμη ομαλή κίνηση . . . .  
**iv.** ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα . . . .

- 3.10 Ένα αυτοκίνητο περνά από την αριστερή θέση με την ταχύτητα που φαίνεται στο σχήμα. Η ταχύτητά του στη δεξιά θέση έχει μέτρο:



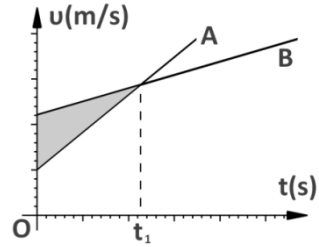
- α.** 40m/s                      **β.** 30m/s                      **γ.** 55m/s

- 3.11 Το αυτοκίνητο ενός οδηγού, αρχικά σταματημένο σε ένα κόκκινο φανάρι, ξεκινά, κινείται επί 100m και σταματά στο επόμενο κόκκινο φανάρι.



- α.** Ποιο από τα διαγράμματα δείχνει την κίνηση του οδηγού; . . . .  
**β.** Ποιο από τα διαγράμματα υποκρύπτει τον φόβο ενός ατυχήματος; . . . .

**3.12** Δύο δρομείς κινούνται σε ευθύγραμμη τροχιά. Ο Α δρομέας στα πρώτα  $t_1$  s διανύει 600m και ο δρομέας Β, 400m. Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για τους δύο δρομείς δίνεται στο σχήμα.



**I.** Ποιος από τους δύο δρομείς έχει την μεγαλύτερη επιτάχυνση;  
**α.** Ο δρομέας Α                      **β.** Ο δρομέας Β

**II.** Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν είναι:  
**α.** 200m                      **β.** 400m                      **γ.** 600m                      **δ.** 1000m

**III.** Αφού οι δρομείς έχουν διαφορετική επιτάχυνση, γιατί την χρονική στιγμή  $t_1$  έχουν ταχύτητα ίσου μέτρου;

**3.13** Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 72\text{km/h}$  αντιλαμβάνεται σε απόσταση 50m ένα ακλόνητο εμπόδιο οπότε πατά φρένο δίνοντας στο αυτοκίνητο επιβράδυνση μέτρου  $5\text{m/s}^2$ . Αν ο χρόνος αντίδρασής του είναι  $t_{av} = 0,2\text{s}$ :

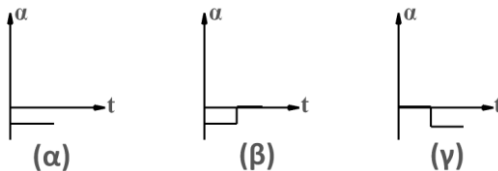
**I.** Πόσα μέτρα διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να πατήσει ο οδηγός φρένο;  
**α.** 4m                      **β.** 8m                      **γ.** 12m

**II.** Σε πόσο χρόνο σταμάτησε το αυτοκίνητο από τη στιγμή που ο οδηγός πάτησε φρένο;  
**α.** 2s                      **β.** 4s                      **γ.** 6s

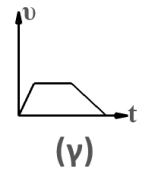
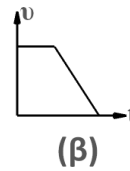
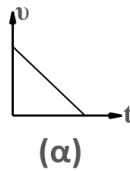
**III.** Πόσα μέτρα ίχνος άφησε το φρενάρισμα;  
**α.** 20m                      **β.** 40m                      **γ.** 50m

**IV.** Σε ποια απόσταση από το εμπόδιο σταμάτησε το αυτοκίνητο;  
**α.** 6m                      **β.** 8m                      **γ.** 2m

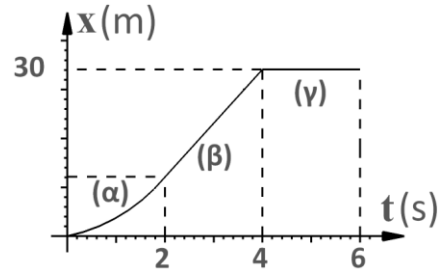
**V.** Ποιο από τα διπλανά διαγράμματα παριστάνει σωστά την κίνηση του αυτοκινήτου;



VI. Ποιο από τα διπλανά διαγράμματα παριστάνει σωστά την κίνηση του αυτοκινήτου;



3.14 Το διάγραμμα θέσης – χρόνου για ένα σημειακό αντικείμενο δίνεται στο διπλανό σχήμα:



I. Αντιστοιχίστε τα παρακάτω χρονικά στάδια με τα είδη των κινήσεων.

- |           |                                     |
|-----------|-------------------------------------|
| α. 0 – 2s | i. ακίνητο σώμα                     |
| β. 2 – 4s | ii. ευθύγραμμη ομαλή                |
| γ. 4 – 6s | iii. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη |

II. Η μέση ταχύτητα του κινητού στα πρώτα 4s είναι . . . . m/s

III. Η μέση ταχύτητα του κινητού στα πρώτα 6s είναι . . . . m/s

### Προβλήματα

- 3.15** Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση μέτρου  $a = 2,5\text{m/s}^2$ .  
 Να υπολογιστούν η ταχύτητα και η μετατόπισή του μετά από 4s.  
 (Απ:  $10\text{m/s}$  ,  $20\text{m}$ )
- 3.16** Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 2\text{m/s}$ .  
**α.** Μετά από πόσο χρόνο θα έχει μετατοπιστεί κατά 6m;  
**β.** Ποια θα είναι τότε η ταχύτητά του;  
 (Απ:  $1\text{s}$  ,  $7\text{m/s}$ )
- 3.17** Μικρό αντικείμενο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 4\text{m/s}$  και επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$ .  
**α.** Μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητά του θα τριπλασιαστεί;  
**β.** Ποια θα είναι η μετατόπισή του εκείνη τη στιγμή;  
 (Απ: **α.**  $4\text{s}$  **β.**  $7\text{m/s}$ )
- 3.18** Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν στο πρώτο δευτερόλεπτο της κίνησής του, μετατοπίζεται κατά 1,5m, υπολογίστε την ταχύτητά του και την μετατόπισή του την χρονική στιγμή  $t = 6\text{s}$ .  
 (Απ: **α.**  $18\text{m/s}$  ,  $54\text{m}$ )
- 3.19** Ο οδηγός του μοτοποδηλάτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα  $15\text{m/s}$  το επιταχύνει ομαλά και μετά από 2s, η ταχύτητά του είναι  $19\text{m/s}$ .  
 Υπολογίστε τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας και της μετατόπισής του στο τέλος του επόμενου δευτερολέπτου.  
 (Απ: **α.**  $2\text{m/s}^2$  ,  $21\text{m/s}$ )
- 3.20** Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a = 3\text{m/s}^2$ . Όταν μετατοπιστεί κατά 64m, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι  $22\text{m/s}$ . Να υπολογιστεί το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας.  
 (Απ:  $10\text{m/s}$ )
- 3.21** Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε ευθύ δρόμο ομαλά επιταχυνόμενο, με επιτάχυνση  $a = 1\text{m/s}^2$ .  
**α.** Ποια είναι η μετατόπισή του στα πρώτα 6s;  
**β.** Ποια είναι η μετατόπισή του στο 6<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο;  
 (Απ: **α.**  $18\text{m}$  **β.**  $5,5\text{m}$ )



**3.22** Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον άξονα  $x$ , κινούμενο προς τα δεξιά, με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 4\text{m/s}$  και επιτάχυνση  $a = 4\text{m/s}^2$ .

**α.** Αν την χρονική στιγμή μηδέν, το κινητό βρίσκεται στη θέση  $x_0 = -6\text{m}$ , που θα βρίσκεται την χρονική στιγμή  $t = 6\text{s}$ ;

**β.** Ποια χρονική στιγμή θα βρίσκεται στη θέση μηδέν του άξονα  $x$ ;

(Απ: **α.**  $90\text{m}$  **β.**  $1\text{s}$ )

**3.23** Σκιέρ κατεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο ξεκινώντας από την ηρεμία κινούμενος με επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$ .

**α.** Μετά από πόσο χρόνο θα διανύσει απόσταση  $64\text{m}$ ;

**β.** Ποια θα είναι τότε η ταχύτητά του;

(Απ: **α.**  $8\text{s}$  **β.**  $16\text{m/s}$ )

**3.24** Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$  επί  $10\text{s}$ . Στα επόμενα  $10\text{s}$  κινείται ευθύγραμμα ομαλά.

**α.** Με ποια ταχύτητα κινείται ευθύγραμμα ομαλά;

**β.** Πόσα μέτρα διένυσε μέχρι να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα;

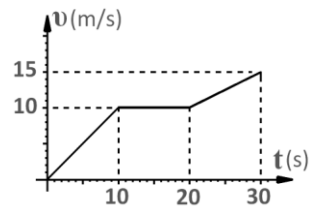
**γ.** Πόσα μέτρα διένυσε συνολικά;

**δ.** Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητά του.

**ε.** Για τη συνολική του κίνηση, να γίνουν τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου και θέσης χρόνου.

(Απ: **α.**  $20\text{m/s}$  **β.**  $100\text{m}$  **γ.**  $300\text{m}$  **δ.**  $15\text{m/s}$ )

**3.25** Η ευθύγραμμη κίνηση ενός σημειακού αντικείμενου περιγράφεται από το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου. Να σχεδιάσετε τα αντίστοιχα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου και μετατόπισης – χρόνου. Τη χρονική στιγμή μηδέν, το κινητό βρίσκεται στην θέση  $x_0 = 0$ .



**3.26** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και επιτάχυνση  $a$ . Όταν μετατοπιστεί κατά  $\Delta x$  έχει ταχύτητα  $v$ . Να αποδειχθεί ότι  $v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$ .

**3.27** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου  $4\text{m/s}^2$  και αρχική ταχύτητα  $10\text{m/s}$ .

**α.** Μετά από πόσο χρόνο θα σταματήσει;

**β.** Ποια θα είναι τότε η μετατόπισή του;

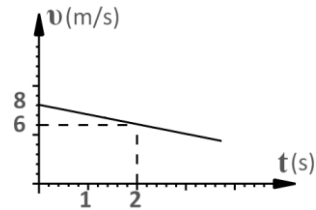
(Απ: **α.**  $1,5\text{s}$  **β.**  $12,5\text{m}$ )

**3.28** Φορτηγό, κινούμενο ευθύγραμμα με ταχύτητα  $v_0 = 72\text{km/h}$ , αρχίζει να επιβραδύνεται, οπότε σταματά μετά από 4s.

- α. Να υπολογιστεί το μέτρο της επιβράδυνσής του.
- β. Πόσα μέτρα διένυσε στα πρώτα 2s;
- γ. Πόσα μέτρα διένυσε συνολικά;
- δ. Πόσα μέτρα διένυσε στο τελευταίο δευτερόλεπτο;

(Απ: α.  $5\text{m/s}^2$  β.  $30\text{m}$  γ.  $40\text{m}$  δ.  $2,5\text{m}$ )

**3.29** Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για την ευθύγραμμη κίνηση ενός σημειακού αντικειμένου δίνεται στο σχήμα.



- α. Να υπολογιστεί η επιτάχυνσή του.
- β. Να γραφεί η εξίσωση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο.
- γ. Να γραφεί η εξίσωση της κίνησής του σε συνάρτηση με το χρόνο.
- δ. Σε πόσα δευτερόλεπτα θα μηδενιστεί η ταχύτητά του;
- ε. Ποια είναι η μετατόπισή του στα πρώτα 2s;

(Απ: α.  $-1\text{m/s}^2$  β.  $v = 8 - t$  γ.  $x = 8t - \frac{1}{2}t^2$  δ.  $8\text{s}$  ε.  $14\text{m}$ )

**3.30** Κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $v_0$  και επιτάχυνση  $a$  μέχρι που σταματά. Να σχεδιάσετε για το κινητό το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου. Με τη βοήθεια αυτού του διαγράμματος να υπολογίσετε τη μετατόπισή του.

(Απ: α.  $\Delta x = v_0^2/2a$ )

**3.31** Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου που κινείται με ταχύτητα  $108\text{km/h}$  βλέπει δίπλα του μια πινακίδα που τον ειδοποιεί ότι το ανώτερο όριο ταχύτητας είναι τα  $72\text{km/h}$ . Αμέσως σταματά να πατά γκάζι οπότε το αυτοκίνητο αποκτά αρνητική επιτάχυνση  $a = -1\text{m/s}^2$ .

- α. Μετά από πόσα δευτερόλεπτα ο οδηγός γίνεται και πάλι νόμιμος;
- β. Πόσα μέτρα θα απέχει τότε από την πινακίδα;

(Απ: α.  $10\text{s}$  β.  $250\text{m}$ )

**3.32** Το αλεξίσφαιρο γιλέκο ενός αστυνόμου αναγκάζει το βλήμα που πέφτει σ' αυτό με ταχύτητα  $v = 100\text{m/s}$  να κινηθεί με επιβράδυνση  $a = 2,5 \cdot 10^5\text{m/s}^2$ . Ποιο πρέπει να είναι το ελάχιστο πάχος του ώστε να μην τραυματιστεί ο αστυνόμος;

(Απ:  $2\text{cm}$ )

- 3.33** Αεροπλάνο προσγειώνεται με ταχύτητα  $360\text{km/h}$  στον αεροδιάδρομο. Με ποιόν ελάχιστο ρυθμό θα πρέπει να μειώνεται η ταχύτητά του ώστε να σταματήσει με ασφάλεια, αν το μήκος του αεροδιαδρόμου είναι  $1000\text{m}$ ;

(Απ:  $5\text{m/s}^2$ )

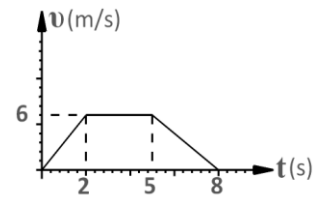
- 3.34** Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου που κινείται με ταχύτητα  $72\text{km/h}$  αντιλαμβάνεται ένα ακλόνητο εμπόδιο σε απόσταση  $50\text{m}$  απ' αυτόν και πατά φρένο αναγκάζοντας το αυτοκίνητο να κινηθεί με επιβράδυνση μέτρου  $5\text{m/s}^2$ . Όταν ο οδηγός δεν έχει πιεί αλκοόλ, έχει χρόνο αντίδρασης  $0,25\text{s}$ . Αν για κάθε ποτήρι μπύρας που πίνει αυξάνει τον χρόνο αντίδρασής του κατά  $0,1\text{s}$ , πόσα ποτήρια μπύρας επιτρέπεται να πιεί ώστε να αποφύγει το ατύχημα;

(Απ: 2 ποτήρια)

- 3.35** Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για την ευθύγραμμη κίνηση ενός σώματος δίνεται στο σχήμα.

**α.** Να υπολογιστεί η επιτάχυνσή του τις χρονικές στιγμές  $1\text{s}$ ,  $3\text{s}$ ,  $7\text{s}$ .

**β.** Να υπολογιστεί η μετατόπισή του τη χρονική στιγμή  $t = 8\text{s}$ .



(Απ: **α.**  $3\text{m/s}^2$ ,  $0$ ,  $-2\text{m/s}^2$  **β.**  $33\text{m}$ )

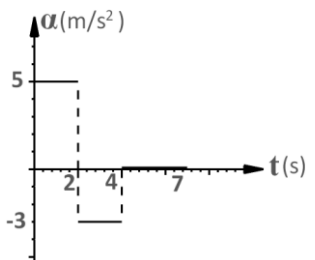
- 3.36** Από κάποιο σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου περνούν ταυτόχρονα δύο αυτοκίνητα με ίσες ταχύτητες  $v_0 = 60\text{km/h}$ , της ίδιας κατεύθυνσης. Το ένα από αυτά, εκείνη τη στιγμή αρχίζει να επιταχύνεται με  $\alpha = 2\text{m/s}^2$ , ενώ το δεύτερο διατηρεί την ταχύτητά του σταθερή.

**α.** Πόσο θα απέχουν μετά από  $4\text{s}$ ;

**β.** Αποδείξτε ότι η μεταξύ τους απόσταση είναι ανεξάρτητη της  $v_0$ .

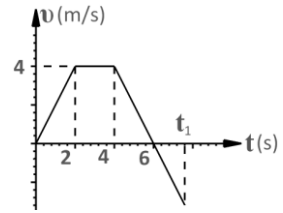
(Απ: **α.**  $16\text{m}$ )

- 3.37** Να σχεδιάσετε το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου και θέσης – χρόνου για το κινητό του οποίου το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου δίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή μηδέν, το κινητό βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$  και η αρχική του ταχύτητα είναι  $10\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητά του για τα πρώτα  $7\text{s}$ .



(Απ:  $106/7\text{ m/s}$ )

**3.38** Το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου για ένα κινητό σε ευθεία τροχιά δίνεται στο διπλανό σχήμα.



- α.** Να υπολογιστεί η επιτάχυνση και η ταχύτητα την χρονική στιγμή  $t = 1s$ .
- β.** Να υπολογιστεί η μετατόπιση του κινητού την χρονική στιγμή  $t = 3s$ .
- γ.** Ποια χρονική στιγμή η μετατόπιση του κινητού γίνεται μέγιστη; Να υπολογιστεί η μετατόπιση αυτή.
- δ.** Ποια χρονική στιγμή  $t_1$  η ολική μετατόπιση του κινητού είναι μηδέν;  
(Απ: **α.**  $2m/s^2$  ,  $2m/s$  **β.**  $8m$  **γ.**  $6s$  ,  $16m$  **δ.**  $10s$ )

**3.39** Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με  $\alpha = 1m/s^2$ , μέχρι να αποκτήσει σταθερή ταχύτητα  $v_{max} = 12m/s$ . Στην συνέχεια επιβραδύνεται και σταματά,  $3s$  από την στιγμή που απέκτησε την  $v_{max}$ .

- α.** Επί πόσο χρόνο επιταχύνεται;
- β.** Ποια είναι η μετατόπισή του κατά τη διάρκεια της επιτάχυνσης;
- γ.** Ποιο είναι το μέτρο της επιβράδυνσής του;
- δ.** Υπολογίστε τη συνολική μετατόπιση.  
(Απ: **α.**  $12s$  **β.**  $72m$  **γ.**  $4m/s^2$  **δ.**  $90m$ )

**3.40** Από δύο σημεία A και B ενός ευθύ δρόμου που απέχουν μεταξύ τους  $150m$  ξεκινούν ταυτόχρονα δύο κινητά, εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, με αντίθετες κατευθύνσεις, μέχρι να συναντηθούν σε ένα σημείο που απέχει από το A  $50m$ , μετά από χρόνο  $10s$ .  
Να υπολογιστούν οι επιταχύνσεις των δύο κινητών, καθώς και οι ταχύτητές τους την στιγμή της συνάντησης.

(Απ:  $a_A = 1m/s^2$  ,  $a_B = 2m/s^2$  ,  $v_A = 10m/s$  ,  $v_B = 20m/s$  )

**3.41** Από τα άκρα A και B ενός ευθύγραμμου τμήματος μήκους  $100m$ , ξεκινούν ταυτόχρονα 2 κινητά που κινούνται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, το ένα προς το άλλο με επιταχύνσεις  $a_A = 0,5m/s^2$  και  $a_B = 1,5m/s^2$  αντίστοιχα. Μετά από πόσο χρόνο και σε πόση απόσταση από το σημείο A θα συναντηθούν;

(Απ:  $10s$  ,  $25m$ )

**3.42** Δύο δρομείς των  $100m$  συναγωνίζονται σε ένα γκράν – πρί στίβου. Ο  $1^{ος}$  αθλητής έχει μέγιστη επιτάχυνση  $4m/s^2$  και μέγιστη ταχύτητα  $11m/s$ . Αν ο  $2^{ος}$  αθλητής έχει μέγιστη ταχύτητα  $10,9m/s$ , να υπολογιστεί η μέγιστη επιτάχυνσή του ώστε να τερματίσουν ταυτόχρονα.

(Απ:  $4,2m/s^2$ )

- 3.43** Από ένα σημείο που κάθετα ακίνητη μία λεοπάρδαλη, περνά ένας λαγός κινούμενος ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $16\text{m/s}$ . Μετά από  $8\text{s}$  η λεοπάρδαλη αρχίζει να τον καταδιώκει επιταχυνόμενη ομαλά, με  $a = 8\text{m/s}^2$ . Η μέγιστη ταχύτητα που αναπτύσσει η λεοπάρδαλη είναι  $115,2\text{km/h}$ .
- Μετά από πόσο χρόνο και σε ποια απόσταση από το σημείο που αρχικά ηρεμούσε, θα προλάβει το λαγό;
  - Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου για τα δύο ζώα στους ίδιους άξονες.

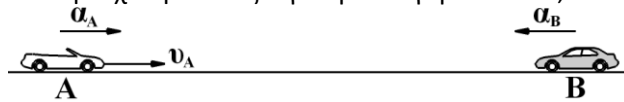
( Απ: **α.**  $20\text{s}$  από τη στιγμή που πέρασε ο λαγός ,  $320\text{m}$  )

- 3.44** Από ένα σημείο περνά ένα κινητό, κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v = 10\text{m/s}$ . Μετά από  $2\text{s}$ , από το ίδιο σημείο, περνά δεύτερο κινητό στην ίδια κατεύθυνση με το πρώτο έχοντας αρχική ταχύτητα  $20\text{m/s}$  και επιβράδυνση  $2\text{m/s}^2$ . Ποιες χρονικές στιγμές θα συναντηθούν τα δύο κινητά; Γιατί θα συναντηθούν δύο φορές;

( Απ:  $4,76\text{s}$  ,  $9,23\text{s}$  )

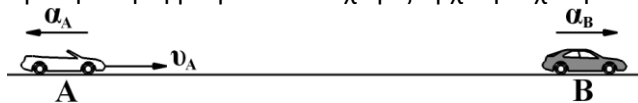
- 3.45** Το αυτοκίνητο Α κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v_A = 20\text{m/s}$ . Το Β κινείται ομαλά επιταχυνόμενα χωρίς αρχική ταχύτητα. Τα δύο αυτοκίνητα συγκρούονται στην μέση της απόστασης ΑΒ.

Ποια θα είναι η ταχύτητά τους λίγο πριν συγκρουστούν;



( Απ:  $v_A = 20\text{m/s}$  ,  $v_B = 40\text{m/s}$  )

- 3.46** Το αυτοκίνητο Α εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα  $20\text{m/s}$  και επιβράδυνση μέτρου  $2\text{m/s}^2$ . Το αυτοκίνητο Β εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση μέτρου  $3\text{m/s}^2$  χωρίς αρχική ταχύτητα.



- Ποια είναι η μέγιστη αρχική απόσταση των δύο σωμάτων ώστε να μπορέσουν να συναντηθούν;
- Σε αυτή την περίπτωση, σε πόσο χρόνο και σε ποια απόσταση από την αρχική θέση του κινητού Α θα συναντηθούν;
- Ποιες θα είναι οι ταχύτητές τους την στιγμή της συνάντησης;
- Ποια χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες;
- Πόσο θα απέχουν τα δύο κινητά όταν το Α σταματήσει;

( Απ: **α.**  $40\text{m}$  **β.**  $16\text{s}$  ,  $64\text{m}$  **γ.**  $12\text{m/s}$  ,  $12\text{m/s}$  **δ.**  $4\text{s}$  **ε.**  $90\text{m}$  από το Α )

**3.47** Δύο αυτοκίνητα κινούνται στην εθνική οδό με ταχύτητα  $v = 144\text{km/h}$ , το ένα πίσω από το άλλο. Το προπορευόμενο όχημα μήκους  $4\text{m}$  προηγείται του δεύτερου κατά  $96\text{m}$ . Ξαφνικά ο οδηγός του δεύτερου αυτοκινήτου αποφασίζει να προσπεράσει το πρώτο και μάλιστα, αφού διανύσει το πολύ  $500\text{m}$ , γιατί στη συνέχεια υπάρχει επικίνδυνη στροφή. Ποια είναι η ελάχιστη επιτάχυνση που πρέπει να αναπτύξει; Ποια θα είναι τότε η ταχύτητά του τη στιγμή που ολοκληρώνει την προσπέραση;

( Απ:  $2\text{m/s}^2$  ,  $60\text{m/s}$  )

**3.48** Ο μοτοσικλετιστής, τρέχοντας με ταχύτητα  $v = 72\text{km/h}$  πατά φρένο οπότε σταματά μετά από  $20\text{m}$ . Ποια θα έπρεπε να ήταν η ταχύτητα της μηχανής του, ώστε φρενάροντας να διένυε το μισό διάστημα, μέχρι να σταματήσει; Η επιβράδυνση είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

( Απ:  $10\sqrt{2}\text{m/s}$  )

**3.49** Σώμα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Μετά από  $5\text{s}$ , έχει μετατοπιστεί κατά  $150\text{m}$  και έχει αποκτήσει ταχύτητα  $20\text{m/s}$ . Να υπολογιστεί η επιτάχυνσή του.

( Απ:  $-4\text{m/s}^2$  )

**3.50** Ένα υλικό σημείο την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  περνά από το σημείο Α και κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v_0$  επί χρόνο  $t_1 = 10\text{s}$ . Στη συνέχεια κινείται ομαλά επιβραδυνόμενα με  $\alpha = -4\text{m/s}^2$  επί χρόνο  $4\text{s}$ . Η συνολική του μετατόπιση είναι  $108\text{m}$ .

**α.** Να υπολογιστεί η ταχύτητα του κινητού στα πρώτα  $10\text{s}$ ;

**β.** Να γίνει για τη συνολική κίνησή του η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου.

**γ.** Ποια είναι η μέγιστη απόσταση του σώματος από το σημείο Α;

( Απ: **α.**  $10\text{m/s}$  )

**3.51** Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v = 10\text{m/s}$  επί  $4\text{s}$  και στη συνέχεια επιταχύνεται ομαλά επί  $2\text{s}$ . Αν η ολική του μετατόπιση είναι  $66\text{m}$ , να υπολογίσετε:

**α.** Το μέτρο της επιτάχυνσης  $\alpha$ .

**β.** Το μέτρο της τελικής ταχύτητας.

**γ.** Να σχεδιάσετε για την κίνηση το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου.

( Απ: **α.**  $3\text{m/s}^2$  **β.**  $16\text{m/s}$  )

**3.52** Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v = 108\text{km/h}$  επί  $2\text{min}$ . Ξαφνικά ο οδηγός φρενάρει και το αυτοκίνητο αποκτά επιβράδυνση μέτρου  $6\text{m/s}^2$ , μέχρι να σταματήσει.

**α.** Πόσο χρόνο διήρκεσε το φρενάρισμα;

**β.** Ποιο είναι το μήκος του ίχνους που άφησε η ρόδα στον δρόμο λόγω του φρεναρίσματος;

**γ.** Ποια είναι η ολική μετατόπιση του κινητού;

( Απ: **α.**  $5\text{s}$  **β.**  $75\text{m}$  **γ.**  $3675\text{m}$  )

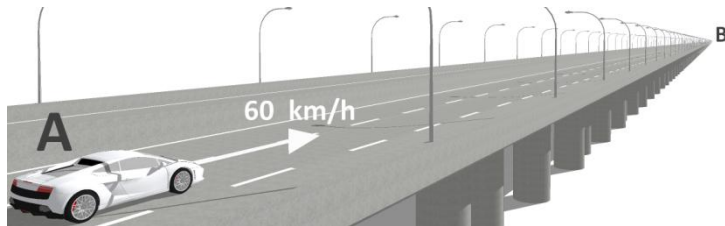
**3.53** Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος είναι  $x = \kappa \cdot t + \lambda \cdot t^3$ , όπου  $\kappa, \lambda$  σταθερές.

**α.** Να υπολογίσετε τις μονάδες μέτρησης των σταθερών  $\kappa$  και  $\lambda$ .

**β.** Αν οι τιμές τους είναι 3 και 1 αντίστοιχα, υπολογίστε τη μέση ταχύτητα του κινητού στα πρώτα 2s.

( Απ: **α.**  $\kappa: \text{m/s}$  ,  $\lambda: \text{m/s}^3$  **β.**  $7\text{m/s}$  )

**3.54** Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου ξεκινά από την πόλη Α στις 3:00 μμ και θέλει να φτάσει στην πόλη Β στις 9:00 μμ. Για να το πετύχει αυτό, θα πρέπει να κινείται με μέση ταχύτητα  $80\text{km/h}$ . Το ταξίδι του, όμως, ξεκινά με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 60\text{km/h}$ . Κάποια στιγμή αντιλαμβάνεται ότι θα καθυστερήσει και αυξάνει το μέτρο της ταχύτητάς του σε  $v_2 = 90\text{km/h}$  με αποτέλεσμα να φτάσει στην πόλη Β στην ώρα του. Τι ώρα αύξησε το μέτρο της ταχύτητάς του;



( Απ: 5 μμ )

**3.55** Ένα κινητό μετατοπίζεται ευθύγραμμα κατά  $x$  σε χρόνο  $t$ .

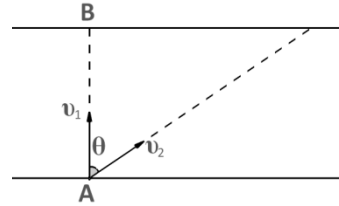
**α.** Υπολογίστε το μέτρο της μέσης ταχύτητάς του αν επί χρόνο  $t_1 = t/2$  κινήθηκε με  $v_1 = 20\text{m/s}$  και στην συνέχεια με  $v_2 = 30\text{m/s}$ .

**β.** Υπολογίστε το μέτρο της μέσης ταχύτητάς του αν:

στο πρώτο μισό της μετατόπισής του κινήθηκε με  $v_1 = 20\text{m/s}$  και στην συνέχεια με  $v_2 = 30\text{m/s}$ .

( Απ: **α.**  $25\text{m/s}$  **β.**  $24\text{m/s}$  )

**3.56** Δύο κολυμβητές ξεκινούν από το σημείο Α της όχθης ενός ποταμού με σκοπό να φτάσουν στο Β. Το πλάτος του ποταμού είναι 90m. Ο πρώτος κολυμβητής κινείται ευθύγραμμα ομαλά από το Α ως το Β με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 2\text{m/s}$ . Ο δεύτερος κινείται επίσης ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα μέτρου  $v_2 = 3\sqrt{2}\text{ m/s}$ , η κατεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία  $\theta = 45^\circ$  με την  $v_1$ . Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα με την οποία θα πρέπει να περπατήσει ώστε να φτάσει στο Β ταυτόχρονα με τον πρώτο αθλητή.



(Απ: 6m/s)

**3.57** Μικρό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα ομαλά διανύοντας 160m σε 8 δευτερόλεπτα. Στην συνέχεια επιβραδύνεται και σταματά μετά από 4 δευτερόλεπτα. Να υπολογιστεί η ολική του μετατόπιση.

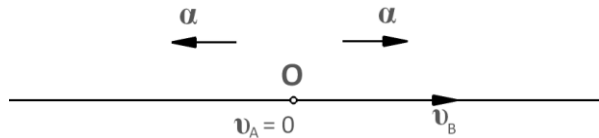
(Απ: 200m)

**3.58** Η εξίσωση κίνησης ενός σημειακού αντικειμένου κινούμενου ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα είναι:  $x = t + t^2$ .

- α. Υπολογίστε την αρχική ταχύτητα και την επιτάχυνση του κινητού.
- β. Ποια είναι η μετατόπιση του κινητού στα πρώτα 6s;
- γ. Ποια είναι η ταχύτητά του μετά τα πρώτα 6s;
- δ. Ποια είναι η μετατόπισή του στο 6<sup>ο</sup> δευτερόλεπτο;

(Απ: α. 1m/s , 2m/s<sup>2</sup> β. 42m γ. 7m/s δ. 12m)

**3.59** Από το σημείο Ο περνούν ταυτόχρονα σημειακά αντικείμενα Α και Β κινούμενα ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση  $\alpha$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Το Α στο Ο έχει αρχική ταχύτητα μηδέν, ενώ το Β έχει αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Τι είδους κίνηση εκτελεί το μέσο Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ;



(Απ: ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με  $v = v_0/2$ )

**3.60** Στην εθνική οδό, ένα αυτοκίνητο και ένα φορτηγό κινούνται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητες μέτρων 144km/h και 90km/h αντίστοιχα, προς την ίδια κατεύθυνση. Αν αρχικά το φορτηγό είναι 300m μπροστά από το αυτοκίνητο, σε πόσο χρόνο το αυτοκίνητο θα είναι 150m μπροστά από το φορτηγό;

(Απ: 30s)



- 3.61** Ένα σημειακό αντικείμενο ξεκινά από την ηρεμία και επιταχύνεται ευθύγραμμα ομαλά.
- α.** Αν κατά τη διάρκεια του  $5^{\text{ου}}$  και  $6^{\text{ου}}$  δευτερολέπτου μετατοπίζεται κατά  $20\text{m}$ , υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσής του.
- β.** Αποδείξτε ότι στην διάρκεια του  $\nu$ -οστού δευτερολέπτου, η μετατόπισή του είναι  $a \cdot (\nu - \frac{1}{2})$ , όπου  $a$  το μέτρο της επιτάχυνσής του.
- 3.62** Αυτοκίνητο περνά από το σημείο A κινούμενο ευθύγραμμα ομαλά επιβραδυνόμενα και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$ . Αν χωρίσουμε την ολική του διαδρομή σε 3 ίσα τμήματα, τότε στο πρώτο τμήμα, η μέση ταχύτητά του είναι  $10\text{m/s}$  και στο δεύτερο τμήμα,  $7,74\text{m/s}$ . Υπολογίστε την μέση ταχύτητά του στο τρίτο τμήμα.
- Υπόδειξη:** Η μέση ταχύτητα ενός κινητού στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι  $(v_0 + v)/2$  όπου  $v_0$  η αρχική και  $v$  η τελική του ταχύτητα αντίστοιχα.

( Απ:  $4\text{m/s}$  )

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.2****Δυναμική σε μία διάσταση****Απαραίτητες γνώσεις****1. Δώστε τον ορισμό της δύναμης.**

*Δύναμη ονομάζουμε την αιτία που μπορεί να παραμορφώσει ένα σώμα, να μεταβάλλει την κινητική του κατάσταση, ή και τα 2 ταυτόχρονα.*

Η δύναμη είναι ένα φυσικό μέγεθος που συμβολίζεται με  $F$ , και έχει ως μονάδα μέτρησης το 1 Newton. (1N).

**2. Ποιά είναι τα χαρακτηριστικά της δύναμης;**

Η δύναμη  $F$  είναι διανυσματικό μέγεθος.  
Για την πλήρη περιγραφή της απαιτούνται:



**α.** Το μέτρο της.

**β.** Η κατεύθυνσή της. (Η διεύθυνση και η φορά της).

**γ.** Το σημείο εφαρμογής της, το σημείο του σώματος στο οποίο ασκείται.  
(Αν μιλάμε για σημειακό αντικείμενο, τότε το σημείο εφαρμογής της δύναμης είναι το σημειακό αντικείμενο).

**3. Ποιές παραμορφώσεις ονομάζουμε ελαστικές και ποιές πλαστικές; Να δώσετε παραδείγματα.**

*Ελαστικές*, ονομάζονται οι παραμορφώσεις όπου όταν πάψει να ασκείται στο σώμα η δύναμη που τις προκαλεί, το σώμα αποκτά το αρχικό του σχήμα. Σώματα που παθαίνουν ελαστικές παραμορφώσεις είναι το ελατήριο, το αφρολέξ κλπ.

*Πλαστικές*, ονομάζονται οι παραμορφώσεις, όπου όταν πάψει να ασκείται η δύναμη που τις προκαλεί, το σώμα παραμένει παραμορφωμένο. Τέτοια σώματα είναι η πλαστελίνη, το κερί κλπ.

**4. Πως μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα δυναμόμετρο;**

Το δυναμόμετρο μετρά το μέτρο μιας δύναμης, βασισμένο στις ελαστικές παραμορφώσεις που η δύναμη προκαλεί σε ορισμένα σώματα (συνήθως ελατήρια).

Μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα δυναμόμετρο χρησιμοποιώντας ένα ελατήριο, το οποίο βαθμολογούμε κατάλληλα, μετρώντας τις επιμηκύνσεις που προκαλούν σ' αυτό ορισμένα γνωστά βάρη που κρεμάμε από άκρο του.

**5. Να γραφεί ο νόμος των ελαστικών παραμορφώσεων (του Hooke).**

Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke, οι ελαστικές παραμορφώσεις ενός σώματος είναι ανάλογες με τις αιτίες που προκαλούν.

Αν μια δύναμη μέτρου  $F$  ασκείται σε ένα σώμα, και το έχει ελαστικά παραμορφώσει κατά  $\Delta l$ , τότε ισχύει:  $F = K \cdot \Delta l$ . Το σύμβολο  $K$  η σταθερά του ελατηρίου και εξαρτάται από την του. Όσο πιο σκληρό είναι το ελατήριο, τόσο πιο μεγάλη τιμή έχει η σταθερά του  $K$ .

Η μονάδα μέτρησής της είναι το  $1 \text{ N/m}$ .

**6. Ποιά δύναμη ονομάζεται συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων; Πως ονομάζεται η διαδικασία υπολογισμού της;**

Συνισταμένη δυο ή περισσότερων δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα, ονομάζεται η δύναμη που μπορεί να προκαλέσει στο σώμα το ίδιο μηχανικό αποτέλεσμα που μπορούν να προκαλέσουν οι άλλες δυνάμεις μαζί.

Η διαδικασία υπολογισμού της συνισταμένης ενός συνόλου δυνάμεων, ονομάζεται *σύνθεση δυνάμεων*.

**7. Πως υπολογίζεται το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  στις παρακάτω περιπτώσεις;**

**α. Οι δύο δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση.**

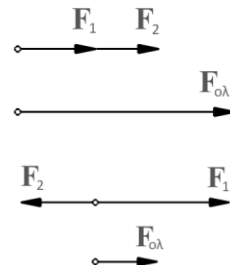
**β. Οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις.**

**α.** Η συνισταμένη 2 δυνάμεων που έχουν την ίδια κατεύθυνση, έχει την ίδια κατεύθυνση μ' αυτές, και μέτρο ίσο με το *άθροισμα* των μέτρων τους.

$$F_{\text{ολ}} = F_1 + F_2$$

**β.** Η συνισταμένη 2 δυνάμεων που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης απ' αυτές και μέτρο ίσο με την *απόλυτη διαφορά* των μέτρων τους.

$$F_{\text{ολ}} = |F_1 - F_2|$$



**8. Τι ονομάζουμε αδράνεια; Για ποιά σώματα ισχύει; Να γραφεί ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα (Αρχή της αδράνειας).**

*Αδράνεια ονομάζεται η τάση έχουν τα σώματα να διατηρούν την κινητική τους κατάσταση, και να αντιστέκονται σε κάθε μεταβολή τους.*

*Σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα, (αρχή της αδράνειας), αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι ίση με μηδέν, το σώμα ισορροπεί ή κινείται ευθύγραμμα ομαλά.*

$$(\mathbf{F} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \bar{\mathbf{v}} = \text{σταθερή})$$

Η αδρανειακή μάζα  $m$  ενός σώματος αποτελεί το μέτρο της αδράνειας του. Ένα σώμα με μεγάλη αδρανειακή μάζα μεταβάλλει πιο δύσκολα την κινητική του κατάσταση από ένα σώμα με μικρή.

Ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα ισχύει όχι μόνο για τα επίγεια σώματα, αλλά και για κάθε σώμα στο Σύμπαν. Θεωρείται ο πρώτος από τους 3 Νευτωνικούς νόμους της κίνησης.

**9. Αναφέρετε εφαρμογές του 1<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα από την καθημερινή μας ζωή.**

- α.** Όταν ένα αυτοκίνητο σταματά απότομα, τα καθίσματά του σταματούν. Οι επιβάτες όμως συνεχίζουν να κινούνται λόγω αδράνειας, με κίνδυνο να τραυματιστούν. Οι ζώνες ασφαλείας και οι αερόσακοι σταματούν την κίνηση των ανθρώπων προς τα εμπρός, και τους προστατεύουν από ενδεχόμενο τραυματισμό.
- β.** Όταν σκοντάψουμε στον δρόμο, το πόδι μας σταματά. Επειδή το υπόλοιπο σώμα μας συνεχίζει να κινείται, υπάρχει κίνδυνος να ανατραπούμε.
- γ.** Όταν ο οδηγός ενός αυτοκινήτου επιχειρεί να το στρίψει, ενώ κινείται με πολύ μεγάλη ταχύτητα, το αυτοκίνητο λόγω της αδράνειας αντιδρά στην μεταβολή της κίνησης. Το αποτέλεσμα είναι, ο κίνδυνος να βρεθεί εκτός δρόμου.

**10. Ποιά είναι τα πιο σημαντικά σημεία του 1<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα;**

Ο 1<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα:

- α.** Εισάγει την έννοια αδράνεια ως θεμελιακή ιδιότητα της ύλης. Σύμφωνα με την αρχή της αδράνειας κάθε σώμα εκδηλώνει την τάση να διατηρεί την κινητική του κατάσταση.
- β.** Ισχύει και για τα ουράνια σώματα, είναι παγκόσμιος νόμος.

γ. Εισάγει μια ισοδυναμία ανάμεσα στην κατάσταση ακινησίας και την κατάσταση κίνησης με σταθερή ταχύτητα. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα ή ηρεμεί ή κινείται ευθύγραμμα ομαλά.

**11. Γιατί οι διαστημικές εμπειρίες είναι κατάλληλες για την κατανόηση του πρώτου νόμου της Νεύτωνα; Ποιά πλεονεκτήματα έχουν σε σχέση με τα φυσικά φαινόμενα πάνω στην Γη;**

Τα διαστημόπλοια ταξιδεύουν χωρίς να τα προωθεί κάποια δύναμη ( $F = 0$ ). Άλλωστε κατά την κίνησή τους στο διάστημα δεν ασκούνται δυνάμεις τριβής, κάτι που είναι αδύνατον να συμβεί σε φαινόμενα της καθημερινής μας εμπειρίας.

**12. Πότε λέμε ότι ένα σημειακό αντικείμενο ισορροπεί;**

Ένα σημειακό αντικείμενο ισορροπεί όταν είναι ακίνητο, ή κινείται με σταθερή ταχύτητα. Λέμε τότε ότι οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα ισορροπούν.

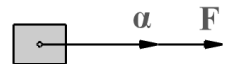
**13. Να γραφεί ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα. Πως ορίζεται το 1 Newton;**

Η συνισταμένη δύναμη  $F$  που ασκείται σε ένα σώμα (αδρανειακής) μάζας  $m$  προκαλεί επιτάχυνση, που έχει την κατεύθυνση της δύναμης, και μέτρο ίσο με το πηλίκο του μέτρου της δύναμης προς την μάζα  $m$  του σώματος.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

$$\text{Ισχύει: } \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Από την παραπάνω σχέση ορίζεται ως μονάδα μέτρησης της δύναμης, η δύναμη που όταν ασκείται σε ένα σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$ , αυτό αποκτά επιτάχυνση  $a = 1\text{m/s}^2$ . Ονομάζεται 1 Newton. (1N). Ισχύει:  $1\text{N} = 1\text{kg} \cdot 1\text{m/s}^2$ .



**14. Ποίο συμπέρασμα προκύπτει από την σχέση που συνδέει αδρανειακή μάζα ενός σώματος με την επιτάχυνση που αυτό αποκτά;**

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, ( $a = \frac{F}{m}$ ), προκύπτει πως η αδρανειακή μάζα ενός σώματος στο οποίο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη  $F$ , είναι αντιστρόφως ανάλογη της επιτάχυνσης που αυτό αποκτά.

**15. Ποιά συμπεράσματα εξάγονται για την κίνηση ενός σώματος με την βοήθεια του 2<sup>ου</sup> νόμου του Νεύτωνα;**

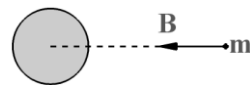
- α.** Αν σε ένα σώμα δεν ασκείται καμία δύναμη, ή ασκούνται δυνάμεις με συνισταμένη μηδέν, ( $\Sigma F = 0$ ), τότε και η επιτάχυνση είναι μηδέν,  $a = 0$ .  
Αυτό σημαίνει ότι δεν θα μεταβληθεί η κινητική κατάσταση του σώματος. Αν το σώμα αρχικά ηρεμούσε, θα συνεχίσει να ηρεμεί. Αν κινείται με ταχύτητα  $υ$ , θα συνεχίσει να κινείται ευθύγραμμα ομαλά, με την ίδια ταχύτητα. ( 1<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα).
- β.** Αν σε ένα σώμα ασκείται σταθερή δύναμη της κατεύθυνσης με την ταχύτητά του, τότε η επιτάχυνση που αποκτά είναι σταθερή και το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Αν η δύναμη είναι αντίθετη της κατεύθυνσης από την ταχύτητα, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με αρνητική επιτάχυνση (ομαλά επιβραδυνόμενη).
- γ.** Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα είναι μεταβαλλόμενη τότε και η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι μεταβαλλόμενη.

**16. Σε ποιές κατηγορίες φαινομένων δεν ισχύει ο 2<sup>ος</sup> νόμος της κίνησης;**

Ο 2<sup>ος</sup> νόμος της κίνησης δεν ισχύει στις περιπτώσεις που η αδρανειακή μάζα του σώματος δεν παραμένει σταθερή. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις όπου τα σώματα κινούνται με πολύ μεγάλες ταχύτητες (της τάξεως της ταχύτητας του φωτός), όπως ηλεκτρόνια, πρωτόνια κ.λ.π., σε φαινόμενα ατομικής και πυρηνικής φυσικής.

**17. Τι ονομάζουμε βάρος ενός σώματος; Ποιά είναι τα χαρακτηριστικά του; Πως προκύπτει από τον 2<sup>ο</sup> νόμο της κίνησης;**

Βάρος  $B$  ενός σώματος ονομάζεται η *ελκτική δύναμη* που ασκεί η  $G$  στο σώμα αυτό. Έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της  $G$ , και σημείο εφαρμογής το κέντρο βάρους του σώματος.



Κατά την *ελεύθερη πτώση*, η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα μάζας  $m$  είναι το βάρος του, που του προσδίδει την βαρυτική επιτάχυνση  $g$ . Σύμφωνα με τον 2<sup>ο</sup> νόμο της κίνησης:  $F = m \cdot a$

$$\text{δηλαδή: } B = m \cdot g$$

Η μάζα ενός σώματος παραμένει σταθερή, ενώ το βάρος του μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο.

**18. Πως μπορούμε να μετρήσουμε την μάζα ενός σώματος με την βοήθεια του δυναμομέτρου;**

Για δύο σώματα μαζών  $m_1$  και  $m_2$ , με βάρη  $B_1 = m_1 \cdot g$  και  $B_2 = m_2 \cdot g$  αντίστοιχα, ισχύει:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{B_2}{B_1}.$$

Άρα μπορούμε να μετρήσουμε μια βαρυτική μάζα, ( $m_2$ ), από τον λόγο της ως προς μια άλλη, γνωστή βαρυτική μάζα  $m_1$ , ( $\frac{m_2}{m_1}$ ), αν είναι γνωστός ο λόγος των βαρών τους ( $\frac{B_2}{B_1}$ ). Τα βάρη των σωμάτων υπολογίζονται με ένα κατάλληλο δυναμόμετρο.

Αν συγκρίνουμε την μάζα αδράνειας ενός σώματος  $m_a$  με την μάζα της βαρύτητάς του  $m_b$ , διαπιστώνουμε ότι οι τιμές τους ταυτίζονται.

**19. Ποιά κίνηση ονομάζουμε ελεύθερη πτώση;  
Ποιά είναι τα χαρακτηριστικά της;**

Ελεύθερη πτώση ονομάζουμε την πτώση ενός σώματος στο κενό.

Η ελεύθερη πτώση έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης. Αποδεικνύεται ότι είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, και ότι στο κενό όλα τα σώματα πέφτουν από το ίδιο ύψος ταυτόχρονα στο έδαφος. Η επιτάχυνση είναι κοινή για όλα τα σώματα, και ονομάζεται βαρυτική επιτάχυνση  $g$ . Αυτό σημαίνει ότι αν αφεθούν δυο σώματα από το ίδιο ύψος, θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

**20. Ποιές εξισώσεις περιγράφουν την ελεύθερη πτώση;**

Εφόσον το κινητό ξεκινά από την ηρεμία, οι εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης είναι:

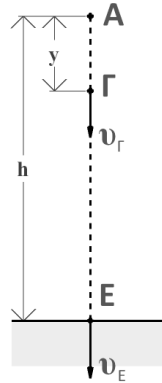
$$v = g t \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} g t^2$$

**21. Από ποιόν παράγοντα εξαρτάται η τιμή της βαρυτικής επιτάχυνσης  $g$ ;**

Η τιμή της βαρυτικής επιτάχυνσης  $g$  σε ένα σημείο, εξαρτάται από την απόσταση του σημείου αυτού από το κέντρο της Γης. Όσο πιο κοντά είμαστε στο κέντρο της Γης τόσο πιο μεγάλη είναι η τιμή της, η οποία θα μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος.

Στον Βόρειο Πόλο έχουμε  $g = 9,83\text{m/s}^2$  και στον Ισημερινό  $g = 9,79\text{m/s}^2$ .

22. Σημειακό αντικείμενο αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος. Αν θεωρηθεί ότι εκτελεί ελεύθερη πτώση, να υπολογιστούν ο ολικός χρόνος κίνησης και η ταχύτητα με την οποία φτάνει στο έδαφος.



Αφήνουμε ένα σώμα από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος οπότε αυτό, εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $g$ .

Μετά από χρόνο  $t$ : (Γ)  $v = g \cdot t$  και  $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Στο σημείο (E):  $y = h = \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

οπότε:  $v_E = g \cdot t_{ολ} = g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$

Σημείωση: Αν το σώμα εκτοξευόταν προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , τότε μετά από χρόνο  $t$ :  $v = v_0 + gt$ ,  $y = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} gt^2$

23. Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0$  σε κενό αέρος. Να υπολογιστούν για την κίνηση του σώματος:

α. Ο χρόνος ανόδου.

β. Το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα.

γ. Ο χρόνος στον οποίο το σώμα θα επιστρέψει στην αρχική του θέση.



Το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση  $a = -g$ .

Οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$v = v_0 - gt$$

$$\text{και } x = v_0 t - \frac{1}{2} gt^2$$

Στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς, η ταχύτητα του κινητού μηδενίζεται:

$$v = 0 \Rightarrow v_0 - g \cdot t_{av} = 0 \Rightarrow t_{av} = \frac{v_0}{g}$$

( $t_{av}$ : χρόνος ανόδου)

Άρα το μέγιστο ύψος που φτάνει το σώμα είναι:

$$h_{\max} = v_0 \cdot t_{av} - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = v_0 \left( \frac{v_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2g}$$



Όταν το σώμα επιστρέψει στο έδαφος:

$$x = 0 \Rightarrow v_0 \cdot t_{\text{ολ}} - \frac{1}{2}g \cdot t_{\text{ολ}}^2 = 0 \Rightarrow t_{\text{ολ}} = \frac{2v_0}{g}$$

( $t_{\text{ολ}}$ : ολικός χρόνος κίνησης)

**24. Γιατί στην πραγματικότητα αν αφήνουμε 2 σώματα από το ίδιο ύψος δεν φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος; Τι ακριβώς συμβαίνει;**

Αν αφήσουμε ένα σώμα από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος, θα ασκηθεί σε αυτό εκτός από το βάρος και η δύναμη από τον αέρα που αντιστέκεται στην κίνησή του. Η δύναμη αυτή δεν επηρεάζει με τον ίδιο τρόπο την κίνηση των διάφορων σωμάτων. Εξαρτάται από την ταχύτητα και τα χαρακτηριστικά τους, (εμβαδόν επιφάνειας, σχήμα σώματος). Το γεγονός αυτό εξηγεί το γιατί αν αφήσουμε 2 σώματα από το ίδιο ύψος, συνήθως κάποιο από αυτά φτάνει πιο γρήγορα στο έδαφος.

## ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

### Ερωτήσεις

- 1.1** Να σημειώσετε το γράμμα Ε για τα σώματα που θα υποστούν ελαστικές παραμορφώσεις και το Π για τα σώματα που θα υποστούν πλαστικές.
- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| <b>α.</b> σφουγγάρι . . .         | <b>β.</b> πλαστελίνη . . .         |
| <b>γ.</b> φτερό αυτοκινήτου . . . | <b>δ.</b> στρώμα από αφρολέξ . . . |
| <b>ε.</b> ελατήριο . . .          | <b>στ.</b> Σαντιγύ . . .           |
- 1.2** Από τι εξαρτάται η σταθερά  $K$  του ελατηρίου;
- Από το μήκος του
  - Από τη σκληρότητά του
  - Από τη δύναμη  $F$  με την οποία το παραμορφώνουμε.
- 1.3** Η μονάδα μέτρησης της σταθεράς  $K$  του ελατηρίου είναι το.
- |              |                |              |                |
|--------------|----------------|--------------|----------------|
| <b>α.</b> 1N | <b>β.</b> 1N/m | <b>γ.</b> 1m | <b>δ.</b> 1N·m |
|--------------|----------------|--------------|----------------|
- 1.4** Δύναμη  $F = 20\text{N}$  παραμορφώνει το ελατήριο κατά 1cm. Ποια δύναμη πρέπει να ασκήσουμε ώστε να το παραμορφώσει κατά 1,4cm;
- |               |               |               |                |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
| <b>α.</b> 28N | <b>β.</b> 20N | <b>γ.</b> 14N | <b>δ.</b> 1,4N |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
- 1.5** Το φυσικό μήκος ενός ελατηρίου είναι 8cm. Όταν ασκήσουμε σ' αυτό δύναμη 16N, το μήκος του γίνεται 10cm. Ποια δύναμη ασκούμε σ' αυτό όταν το μήκος του είναι 9,5cm;
- |              |               |               |
|--------------|---------------|---------------|
| <b>α.</b> 8N | <b>β.</b> 12N | <b>γ.</b> 16N |
|--------------|---------------|---------------|
- 1.6** Η συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1, F_2$  που ασκούνται σ' ένα σώμα:
- Προκαλεί στο σώμα το ίδιο αποτέλεσμα που προκαλούν οι  $F_1$  &  $F_2$  μαζί.
  - Έχει την ίδια κατεύθυνση με την κατεύθυνση των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$ , και προκαλεί στο σώμα το ίδιο αποτέλεσμα μ' αυτές.
  - Έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης από τις δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$ , και προκαλεί στο σώμα το ίδιο αποτέλεσμα μ' αυτές.
- 1.7** Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1 = 3\text{N}$  και  $F_2 = 4\text{N}$ , δεν μπορεί να είναι:
- |              |              |              |              |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>α.</b> 1N | <b>β.</b> 4N | <b>γ.</b> 3N | <b>δ.</b> 8N |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

1.8 Η συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1 = 2\text{N}$ ,  $F_2 = 4\text{N}$  έχει μέτρο:

α. 6N

γ.  $2\sqrt{5}\text{N}$

β. 2N

δ. δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

1.9 Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1 = 6\text{N}$  και  $F_2 = 11\text{N}$  ίσως είναι:

α. 3N

β. 7N

γ. 20N

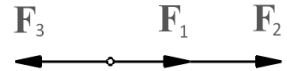
1.10 Αν  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_2 = 12\text{N}$ ,  $F_3 = 8\text{N}$ , η συνισταμένη των τριών δυνάμεων έχει μέτρο.

α. 10N

γ. 6N

β. 14N

δ. 30N

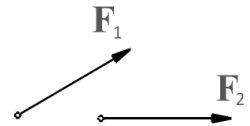


1.11 Είναι ίσες οι δυνάμεις του σχήματος;

α. Ναι, αν έχουν ίδιο μέτρο.

β. Όχι, γιατί έχουν διαφορετική κατεύθυνση.

γ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε, γιατί δεν γνωρίζουμε την γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις τους.

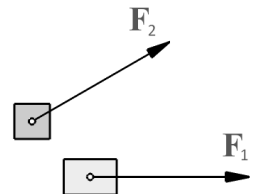


1.12 Γιατί δεν έχει νόημα η συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1 = F_2 = 10\text{N}$  του σχήματος;

α. Γιατί ασκούνται σε διαφορετικά σώματα.

β. Γιατί έχουν ίσα μέτρα.

γ. Γιατί δεν γνωρίζουμε τη γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις τους.



### Προβλήματα

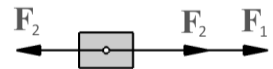
1.13 Να υπολογίσετε την συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1 = 6\text{N}$  και  $F_2 = 8\text{N}$ , αν οι κατευθύνσεις τους σχηματίζουν γωνία:

α.  $0^\circ$

β.  $180^\circ$

(Απ: α. 14N β. 2N)

1.14 I. Υπολογίστε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στο παρακάτω σχήμα.



II. Υπολογίστε τη δύναμη  $F_4$  που πρέπει να ασκείται στο σώμα ώστε η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι ίση με μηδέν.

Δίνονται  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_2 = 4\text{N}$ ,  $F_3 = 8\text{N}$ .

(Απ: α. 6N β. 6N)

- 1.15** Η συνισταμένη δύο δυνάμεων ίδιας κατεύθυνσης έχει μέτρο 11N. Όταν όμως οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση, το μέτρο της συνισταμένης τους είναι 3N. Να υπολογιστούν τα μέτρα των 2 δυνάμεων.

(Απ: 7N , 3N)

## NΟΜΟΙ ΝΕΥΤΩΝΑ

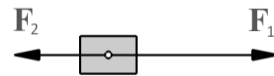
### Ερωτήσεις

- 2.1** Να σημειώσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο ακίνητο σώμα του σχήματος και να τις περιγράψετε.



- 2.2** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
- α. Όταν ένα σώμα είναι ακίνητο, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι ίση με μηδέν.
  - β. Όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα είναι μηδέν, τότε το σώμα είναι ακίνητο.
  - γ. Σ' ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα, ασκείται σίγουρα κάποια συνισταμένη δύναμη που έχει την κατεύθυνση της κίνησης.
  - δ. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα είναι ίση με μηδέν.

- 2.3 I.** Το σώμα του σχήματος ισορροπεί υπό την επίδραση των δυνάμεων  $F_1, F_2, F_3$ . Αν  $F_1 = 4N$ ,  $F_2 = 1N$ , το μέτρο της δύναμης  $F_3$  είναι:



α. 5N

β. 3N

γ. 4N

**II.** Και η κατεύθυνσή της:

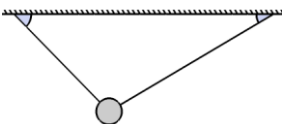
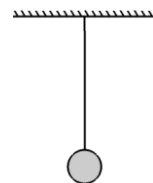
α. ίδια με αυτήν της  $F_2$

γ. κάθετη στην κατεύθυνση της  $F_1$

β. ίδια με αυτή της  $F_1$

**III.** Ποια θα ήταν η απάντησή σας στο υποερώτημα **I** αν το σώμα κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα  $v = 5m/s$ ;

- 2.4** Ποιες δυνάμεις ασκούνται στο σώμα του σχήματος; →

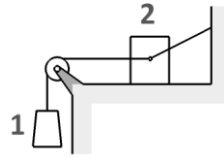


- 2.5** Ποιες δυνάμεις ασκούνται στο σώμα του σχήματος;

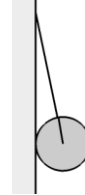
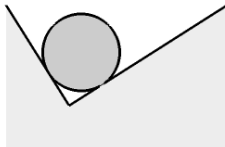
- 2.6** Να κάνετε τη σωστή αντιστοίχιση των σωμάτων της αριστερής στήλης, με το σύνολο των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτά στην δεξιά.

1°  
2°

- α. 2 δυνάμεις  
β. 3 δυνάμεις  
γ. 4 δυνάμεις



- 2.7** Ποιές δυνάμεις ασκούνται το σώμα του σχήματος; Να τις σχεδιάσετε.



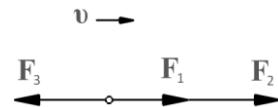
- 2.8** Ποιές δυνάμεις ασκούνται στο σώμα του σχήματος; Να τις σχεδιάσετε.

- 2.9** Ποιες κινήσεις δεν αντιστοιχούν στην συνθήκη  $F_{ολ} = 0$ ;  
α. ευθύγραμμη ομαλή                      γ. ομαλή κυκλική  
β. ομαλά επιταχυνόμενη

- 2.10** Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα έχει μέτρο μηδέν. Αν στα πρώτα 4 δευτερόλεπτα της κίνησής του διανύει 10m, τότε στα επόμενα 6 θα διανύσει:  
α. 10m    γ. 20m  
β. 15m    δ. δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

- 2.11** Στο σημειακό αντικείμενο του σχήματος ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1 = 6N$ ,  $F_2 = 3N$ ,  $F_3 = 9N$ . Η ταχύτητα με την οποία κινείται έχει μέτρο:

- α. 9m/s    γ. το σώμα είναι σίγουρα ακίνητο.  
β. 18m/s    δ. δε μπορούμε να απαντήσουμε.



- 2.12** Η επιτάχυνση  $a$  που αποκτά ένα σώμα δεν εξαρτάται:  
α. Από τη μάζα του σώματος.  
β. Από τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό.  
γ. Από την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που αρχίζει να ασκείται σ' αυτό η συνισταμένη δύναμη.

**2.13** Να κάνετε τη σωστή αντιστοίχιση μεταξύ των δυνάμεων της αριστερής στήλης και των κινήσεων της δεξιάς.

1.  $\Sigma F = 0$

2.  $\Sigma F$ : σταθερή

α. Ευθύγραμμη ομαλή.

β. Μεταβαλλόμενη.

γ. Ομαλά μεταβαλλόμενη

**2.14** Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα  $m = 2\text{kg}$  ασκείται συνισταμένη δύναμη  $F = 6\text{N}$ .

I. Το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα είναι ...  $\text{m/s}^2$ .

II. Η ταχύτητα του σώματος στο τέλος του  $2^{\text{ου}}$  sec είναι:

α.  $6\text{m/s}$

β.  $4\text{m/s}$

γ.  $2\text{m/s}$

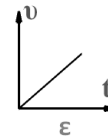
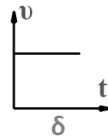
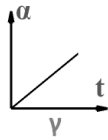
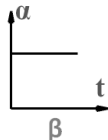
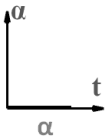
III. Η μετατόπιση του σώματος στο τέλος του  $4^{\text{ου}}$  sec είναι:

α.  $16\text{m}$

β.  $20\text{m}$

γ.  $24\text{m}$

**2.15** Στο αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m$  ασκείται συνισταμένη δύναμη σταθερού μέτρου  $F$ . Ποιες από τις γραφικές παραστάσεις που περιγράφουν την κίνηση του σώματος είναι λάθος;



**2.16** Το 1 Newton ορίζεται ως:

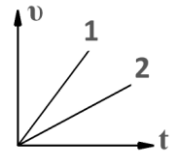
α.  $1\text{kg}\cdot\text{m/s}$

β.  $1\text{kg}\cdot\text{m/s}^2$

γ.  $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$

δ.  $1\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$

**2.17** Σε 2 αρχικά ακίνητα σώματα  $m_1$  και  $m_2$  ασκούνται δυνάμεις  $F$  ίσων μέτρων. Το διάγραμμα των ταχυτήτων τους σε σχέση με το χρόνο φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ποιό από τα 2 έχει μεγαλύτερη μάζα;

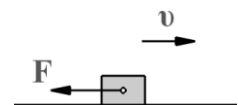


**2.18** Αν  $v = 10\text{m/s}$ , ποιά μπορεί να είναι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σώματος μετά από λίγα δευτερόλεπτα;

α.  $6\text{m/s}$

β.  $10\text{m/s}$

γ.  $12\text{m/s}$



**Προβλήματα**

**2.19** Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m = 5\text{kg}$  ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $20\text{N}$ .

**α.** Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του σώματος.

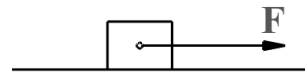
**β.** Να υπολογιστεί η ταχύτητά του καθώς και η μετατόπισή του στο τέλος του  $2^{\text{ου}}$  δευτερολέπτου.

( Απ: **α.**  $4\text{m/s}^2$  **β.**  $8\text{m/s}$  ,  $8\text{m}$  )

**2.20** Το αρχικά ακίνητο σώμα του σχήματος, μάζας  $m = 0,1\text{kg}$ , υπό την επίδραση συνισταμένης δύναμης  $F$ , διανύει  $40\text{m}$  σε  $4\text{s}$ .

**α.** Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης  $F$ .

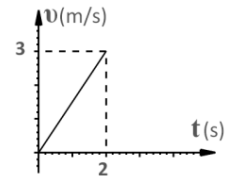
**β.** Πόσα μέτρα διανύει σε  $8$  δευτερόλεπτα;



( Απ: **α.**  $0,5\text{N}$  **β.**  $160\text{m}$  )

**2.21** Αν το μέτρο της ταχύτητας ενός, κινούμενου ευθύγραμμα, σώματος μάζας  $m = 0,2\text{kg}$  μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με το διάγραμμα, υπολογίστε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό.

( Απ:  $0,3\text{N}$  )



**2.22** Ο εργάτης σπρώχνει το αρχικά ακίνητο κιβώτιο μάζας  $m = 50\text{kg}$  ασκώντας σε αυτό δύναμη  $F = 60\text{N}$ . Αν κατά την κίνηση του κιβωτίου οι συνολικές αντιστάσεις  $F_A$  έχουν μέτρο  $35\text{N}$  και κατεύθυνση αντίθετη της  $F$ , υπολογίστε:

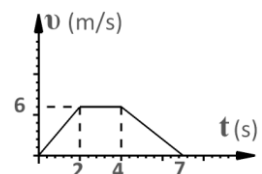
**α.** Την επιτάχυνση που αποκτά.

**β.** Την μετατόπισή του σε  $6$  δευτερόλεπτα.

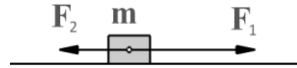
( Απ: **α.**  $0,5\text{m/s}^2$  **β.**  $9\text{m}$  )



**2.23** Το διάγραμμα δείχνει την μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας ενός σώματος  $500\text{gr}$  κινούμενο σε ευθεία τροχιά, σε συνάρτηση με τον χρόνο. Να γίνει το αντίστοιχο διάγραμμα της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό, σε συνάρτηση με τον χρόνο.



**2.24** Το σώμα  $m = 4\text{kg}$  του σχήματος είναι αρχικά ακίνητο. Υπό την επίδραση των δυνάμεων  $F_1 = 8\text{N}$  και  $F_2$  μετατοπίζεται προς τα δεξιά κατά  $12\text{m}$  σε  $4$  δευτερόλεπτα.

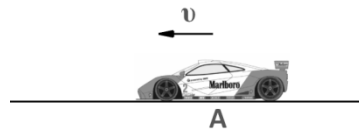


**α.** Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος, καθώς και την ταχύτητά του εκείνη τη στιγμή.

**β.** Υπολογίστε το μέτρο της δύναμης  $F_2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απ: **α.**  $1,5\text{m/s}^2$  ,  $6\text{m/s}$  **β.**  $2\text{N}$ )

**2.25** Η ταχύτητα του αυτοκινήτου στο σημείο A είναι  $72\text{km/h}$ . Η συνολική δύναμη τριβών και αντιστάσεων αέρα έχει μέτρο  $1200\text{N}$ . Υπολογίστε το μέτρο της δύναμης του κινητήρα του αυτοκινήτου αν στα επόμενα  $10\text{sec}$  διανύει  $200\text{m}$ .



(Απ:  $1200\text{N}$ )

**2.26** Το αρχικά ακίνητο σώμα  $m = 2\text{kg}$ , υπό την επίδραση της δύναμης  $F_1$ , μετατοπίζεται κατά  $20\text{m}$  σε  $4\text{sec}$ . Να υπολογιστεί το μέτρο της οριζόντιας πρόσθετης δύναμης  $F_2$  που πρέπει να ασκηθεί σ' αυτό, ώστε στο ίδιο χρονικό διάστημα να διανύσει  $36\text{m}$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απ:  $4\text{N}$ )

**2.27** Το σώμα  $m = 4\text{kg}$  του σχήματος έχει ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$  και του ασκείται δύναμη  $F = 12\text{N}$ , της ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα. Να υπολογίσετε την ταχύτητά του και τη μετατόπισή του μετά από  $2$  δευτερόλεπτα. Τριβές δεν υπάρχουν.

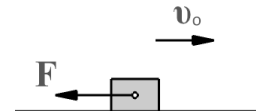
(Απ:  $16\text{m/s}$  ,  $26\text{m}$ )

**2.28** Στο σώμα  $m$  του σχήματος, ασκείται δύναμη  $F$ , με κατεύθυνση αντίθετη της  $v_0$ .

**α.** Ποια θα είναι η ταχύτητά του μετά από  $2\text{sec}$ ;

**β.** Μετά από πόσο χρόνο θα σταματήσει; Πόσο θα έχει μετατοπιστεί τότε;

Τριβές δεν υπάρχουν. Δίνονται  $v_0 = 20\text{m/s}$  ,  $m = 4\text{kg}$  ,  $F = 16\text{N}$ .



(Απ: **α.**  $12\text{m/s}$  **β.**  $5\text{s}$  ,  $50\text{m}$ )



- 2.29** Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε σ' ένα σώμα μάζας  $m = 1,6\text{kg}$  ώστε:
- α.** Να ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v = 4\text{m/s}$ .
  - β.** Να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v = 6\text{m/s}$ .
  - γ.** Να ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1,2\text{m/s}^2$ .
  - δ.** Να κατεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1\text{m/s}^2$ .
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $16\text{N}$  **β.**  $16\text{N}$  **γ.**  $17,92\text{N}$  **δ.**  $14,4\text{N}$ )

- 2.30** Σε σώμα μάζας  $m = 1,6\text{kg}$  που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $10\text{m/s}$  αρχίζει να ασκείται δύναμη  $F$  παράλληλη με το επίπεδο. Η εξίσωση της τροχιάς του τότε διαμορφώνεται σε  $x = 10t - t^2$ .
- α.** Σχεδιάστε το διάνυσμα της δύναμης που ασκείται στο σώμα, και υπολογίστε το μέτρο της.
  - β.** Πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο; Να γίνει η γραφική της παράσταση.
  - γ.** Μετά από πόσο χρόνο η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί;

(Απ: **α.**  $3,2\text{N}$  **β.**  $v = 10 - 2t$  **γ.**  $5\text{s}$ )

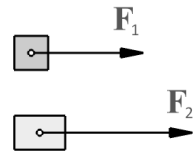
- 2.31** Σώμα μάζας  $m = 0,5\text{kg}$  αφήνεται από πολύ μεγάλο ύψος να πέσει στο έδαφος. Αν η αντίσταση του αέρα που ασκείται σ' αυτό είναι της μορφής  $F = Kv^2$  υπολογίστε την μέγιστη (οριακή) ταχύτητα που αποκτά το σώμα.
- Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $K = 4,59 \cdot 10^{-3}\text{N} \cdot \text{s}^2/\text{m}^2$ .

(Απ:  $33\text{m/s}$ )

- 2.32** Σε σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται επί  $4\text{sec}$  οριζόντια δύναμη  $F = 6\text{N}$ . Ποια θα είναι η μετατόπιση του σώματος στα πρώτα  $10\text{sec}$ ; Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απ:  $48\text{m}$ )

- 2.33** Δύο σώματα μαζών  $m_1 = 2\text{kg}$  και  $m_2 = 4\text{kg}$ , που αρχικά ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο αρχίζουν ταυτόχρονα να κινούνται υπό την επίδραση των οριζόντιων δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτά,  $F_1 = 4\text{N}$ , και  $F_2 = 6\text{N}$  αντίστοιχα. Μετά από πόσο χρόνο θα απέχουν  $36\text{m}$ ; Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ:  $12\text{s}$ )

## ΜΑΖΑ - ΒΑΡΟΣ – ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ

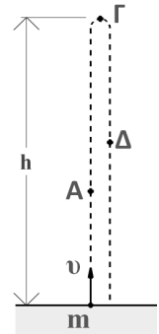
### Ερωτήσεις

- 3.1** Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- α.** Η μάζα και το βάρος ενός σώματος παραμένουν πάντοτε σταθερά.
  - β.** Η μάζα και το βάρος ενός σώματος μεταβάλλονται από τόπο σε τόπο.
  - γ.** Η μάζα ενός σώματος παραμένει σταθερή ενώ το βάρος του μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο.
  - δ.** Η μάζα ενός σώματος μεταβάλλεται από τόπο σε τόπο, ενώ το βάρος του παραμένει πάντοτε σταθερό.
- 3.2** Από ποιους παράγοντες εξαρτάται το βάρος ενός σώματος;
- α.** Από τη μάζα του.
  - β.** Από τη μάζα του, και τον τόπο στον οποίο βρίσκεται.
  - γ.** Από κανέναν παράγοντα, το βάρος του σώματος παραμένει σταθερό.
- 3.3** **I.** Από την ταρατσα του σπιτιού μας αφήνουμε να πέσουν προς τα κάτω ένα πούπουλο και ένα κέρμα. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- α.** Το πούπουλο θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.
  - β.** Το κέρμα θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.
  - γ.** Και τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.
- II.** Ποιός παράγοντας σας επηρέασε στην απάντηση του ερωτήματος **I**;
- α.** Η αντίσταση του αέρα.
  - β.** Η επιτάχυνση της βαρύτητας.
  - γ.** Το γεγονός ότι το κέρμα είναι πιο βαρύ από το πούπουλο.
- III.** Ποιά απάντηση θα δίνατε στο ερώτημα **I** αν βρισκόμασταν σε κενό αέρος;
- 3.4** Σώμα αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει ελεύθερα στο έδαφος. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ποιές από τις παρακάτω σχέσεις περιγράφουν σωστά την κίνηση του σώματος;
- α.**  $v = gt$       **β.**  $y = vt$       **γ.**  $2y = gt^2$       **δ.**  $g = v/t$
- 3.5** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και η ταχύτητα του σώματος αρχικά έχει θετική αλγεβρική τιμή ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- α.** Η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδέν.
  - β.** Η επιτάχυνση του σώματος έχει αρνητική αλγεβρική τιμή.
  - γ.** Η επιτάχυνση του σώματος έχει αρχικά αρνητική αλγεβρική τιμή και στην συνέχεια θετική.

- 3.6** Γιατί αν δεν υπήρχε αντίσταση του αέρα θα ήταν επικίνδυνο να περπατάμε όταν βρέχει;
- 3.7** Σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$  χωρίς αρχική ταχύτητα. Αν υπάρχει αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα, ποιά θα μπορεί να είναι ταχύτητά του μετά από 3sec;  
**α.** 20m/s                      **β.** 30m/s                      **γ.** 40m/s

- 3.8** Το σώμα  $m$  εκτελεί την κατακόρυφη κίνηση του σχήματος. Σχεδιάστε για τα σημεία A, Γ, και Δ τα διανύσματα της ταχύτητας και της επιτάχυνσης.

A:                      Γ:                      Δ:



- 3.9** **I.** Δύο σώματα αφήνονται από το ίδιο ύψος, το πρώτο στην Ελλάδα και το δεύτερο στον Ισημερινό. Ποιό από τα δύο φτάνει πρώτο στο έδαφος; Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες.  
**α.** Το σώμα στην Ελλάδα.  
**β.** Το σώμα στον Ισημερινό  
**γ.** Τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα.
- II.** Ποιά σκέψη σας οδήγησε στην παραπάνω επιλογή;  
**α.** Η διαφορετική τιμή του  $g$  ανάμεσα στους 2 τόπους.  
**β.** Το διαφορετικό βάρος των σωμάτων.  
**γ.** Το διαφορετικό κλίμα κάθε χώρας.
- 3.10** Αφήνουμε ένα μικρό αντικείμενο να πέσει προς τα κάτω σε κενό αέρος, χωρίς αρχική ταχύτητα. Αν όμως σπρώχναμε το σώμα προς τα κάτω ώστε να αποκτούσε αρχική ταχύτητα  $v$ , θα μεγάλωνε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος;
- 3.11** Σώμα αφήνεται σε κενό αέρος να πέσει στο έδαφος. Για τον υπολογισμό του χρόνου κίνησής του μας δίνουν:  
**α.** Το ύψος που αφέθηκε το σώμα.  
**β.** Το πόσο βαρύ είναι το σώμα.  
**γ.** Το γεωγραφικό πλάτος που βρίσκεται το σώμα.  
 Ποιά από τις παραπάνω πληροφορίες είναι περιττή;

### Προβλήματα

- 3.12** Σώμα αφήνεται από ύψος  $h = 500\text{m}$  να πέσει στο έδαφος.  
**α.** Ποιό είναι το μέτρο της ταχύτητάς του, και πόσο απέχει από το σημείο εκτόξευσης μετά από  $4\text{sec}$ ;  
**β.** Σε πόσο χρόνο και με ποιά ταχύτητα φτάνει στο έδαφος;  
Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: **α.**  $40\text{m/s}$  ,  $80\text{m}$  **β.**  $10\text{s}$  ,  $100\text{m/s}$ )
- 3.13** Μικρό σώμα αφήνεται από την κορυφή ενός κτιρίου ύψους  $25\text{m}$ . Πόσο θα απέχει από το έδαφος μετά από  $2\text{s}$ ; Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $5\text{m}$ )
- 3.14** Από μεγάλο ύψος, την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνουμε μια μικρή πέτρα, ενώ μετά από  $1\text{s}$  αφήνουμε μια δεύτερη. Πόσο θα απέχουν οι 2 πέτρες την χρονική στιγμή  $t = 2\text{s}$ ;  
Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $15\text{m}$ )
- 3.15** Αφήνουμε ένα μικρό σώμα από την οροφή ενός κτιρίου, και αυτό φτάνει στο έδαφος σε  $2$  δευτερόλεπτα.  
**α.** Να υπολογιστεί το ύψος του κτιρίου.  
**β.** Πόσα μέτρα διένυσε η πέτρα στο  $2^\circ$  δευτερόλεπτο;  
Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: **α.**  $20\text{m}$  **β.**  $15\text{m}$ )
- 3.16** Ο αστροναύτης που μόλις πάτησε στην επιφάνεια της Σελήνης αφήνει μια μικρή πέτρα από ύψος  $h = 1\text{m}$ , να πέσει στο έδαφος. Για την Σελήνη η τιμή της βαρυτικής επιτάχυνσης είναι  $g_{\Sigma} = 1,6\text{m/s}^2$ .  
**α.** Σε πόσο χρόνο φτάνει στο έδαφος;  
**β.** Ποιός θα ήταν ο αντίστοιχος χρόνος αν ο αστροναύτης βρισκόταν στην επιφάνεια της Γης; Για την Γη δίνεται ότι  $g = 10\text{m/s}^2$  και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.  
(Απ: **α.**  $1,12\text{s}$  **β.**  $0,45\text{s}$ )

- 3.17** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω από ύψος  $h = 112\text{m}$  και φτάνει στο έδαφος μετά από χρόνο  $t = 4\text{s}$ .
- Να υπολογιστεί η αρχική ταχύτητα του σώματος.
  - Ποιά είναι η ταχύτητά του και ποιά μετατόπισή του 2 δευτερόλεπτα μετά την εκτόξευση;
- Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: **α.**  $8\text{m/s}$  **β.**  $28\text{m/s}$  ,  $36\text{m}$ )
- 3.18** Μία πέτρα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20\text{m/s}$ .
- Να υπολογιστεί η ταχύτητά του και η μετατόπισή του 1<sup>ου</sup> δευτερολέπτου μετά την εκτόξευση.
  - Να υπολογισθεί ο χρόνος ανόδου και το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα.
  - Σε πόσο χρόνο και με ποιά ταχύτητα επιστρέφει το σώμα στο σημείο εκτόξευσης;
  - Ποιές χρονικές στιγμές η πέτρα βρίσκεται σε ύψος  $18,75\text{m}$  από το σημείο εκτόξευσης;
  - Να σχεδιαστούν για την κίνηση της πέτρας τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου καθώς και ταχύτητας – χρόνου.
- Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: **α.**  $10\text{m/s}$  ,  $15\text{m}$  **β.**  $2\text{s}$  ,  $20\text{m}$  **γ.**  $4\text{s}$  ,  $-20\text{m/s}$  **δ.**  $1,5\text{s}$  ,  $2,5\text{s}$ )
- 3.19** Από την ταράτσα ενός κτιρίου ένα παιδί εκτοξεύει μία πέτρα κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $16\text{m/s}$ . Η πέτρα στην κάθοδό της περνά ξυστά από την ταράτσα και φτάνει στο έδαφος μετά από 4 δευτερόλεπτα. Να υπολογιστεί το ύψος του κτιρίου.
- Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $16\text{m}$ )
- 3.20** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $12\text{m/s}$ . Να υπολογισθεί η αρχική ταχύτητα με την οποία θα έπρεπε να βληθεί το σώμα, ώστε να φτάσει στο τετραπλάσιο ύψος απ' ότι αρχικά.
- Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $24\text{m/s}$ )

**3.21** Αερόστατο ανεβαίνει κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα  $v_0 = 40\text{m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , ο αεροναύτης αφήνει ελεύθερη μία πέτρα.

**α.** Αν εκείνη την στιγμή το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος  $240\text{m}$  από το έδαφος, σε πόσα δευτερόλεπτα η πέτρα θα φτάσει στο έδαφος και με ποιά ταχύτητα;

**β.** Που θα βρίσκεται το αερόστατο εκείνη τη στιγμή;

**γ.** Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφέθηκε η πέτρα τα 2 σώματα θα απέχουν  $80\text{m}$ ;

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $12\text{s}$  ,  $-80\text{m/s}$  **β.**  $720\text{m}$  **γ.**  $4\text{s}$  )

**3.22** Σώμα από ύψος  $180\text{m}$  να πέσει στο έδαφος. Να υπολογιστεί η μετατόπισή του στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης.

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ:  $55\text{m}$  )

**3.23** Σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h$ . Μετά από 2 δευτερόλεπτα ένα δεύτερο σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 40\text{m/s}$  και φτάνει ταυτόχρονα στο έδαφος το σώμα. Να υπολογιστεί το ύψος  $h$ . Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ:  $45\text{m}$  )

**3.24** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 50\text{m/s}$ . Την ίδια χρονική στιγμή, σε ύψος  $h = 100\text{m}$  πάνω από το σημείο εκτόξευσης αφήνεται ελεύθερο να πέσει ένα δεύτερο σώμα.

**α.** Μετά από πόσο χρόνο και σημείο θα συναντηθούν;

**β.** Ποιές οι ταχύτητές τους της στιγμή της συνάντησης;

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $2\text{s}$  ,  $80\text{m}$  από το έδαφος **β.**  $30\text{m/s}$  ,  $-20\text{m/s}$  )

**3.25** Μαθητής εκτελεί ένα πείραμα. Αφήνει μία σφαίρα από ύψος  $h = 7,05\text{m}$  η οποία φτάνει στο έδαφος μετά από 1.2 δευτερόλεπτα. Αποδείξτε ότι το πείραμα δεν γίνεται στην Ελλάδα. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.

( Απ:  $g \neq 9,81\text{m/s}^2$  )

**3.26** Σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 100\text{m/s}$ . Να υπολογισθεί η ταχύτητά του την στιγμή που περνά από ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος  $h = 1/4h_{\text{max}}$ , όπου  $h_{\text{max}}$  το ψηλότερο σημείο που το σώμα. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ:  $86,6\text{m/s}$  ,  $-86,6\text{m/s}$  )

- 3.27** Ο Σωτήρης κλωτσά κατακόρυφα προς τα πάνω την μπάλα, δίνοντάς της αρχική ταχύτητα  $v_0$  ώστε να την πιάσει ο Πέτρος που βρίσκεται στο μπαλκόνι σε ύψος 15m από το έδαφος. Η μπάλα φτάνει στον Πέτρο με ταχύτητα 10m/s. Να υπολογισθεί η αρχική ταχύτητα της μπάλας. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: 20m/s)
- 3.28** Ο Πέτρος αφού έπιασε την μπάλα, την αφήνει ελεύθερη με σκοπό να πέσει στο κεφάλι ενός μοτοσικλετιστή, κινούμενου ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα  $v = 65\text{km/h}$ . Να υπολογισθεί η απόσταση του μοτοσικλετιστή από την κατακόρυφη τροχιά της μπάλας την στιγμή που ο Πέτρος την αφήνει ελεύθερη, ώστε να πετύχει τον σκοπό του. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: 31,27m)
- 3.29** Ένας μαθητής εκτοξεύει κατακόρυφα από οροφή κτιρίου ύψους 25m μία μπάλα, η οποία φτάνει στο έδαφος σε 5s. Ποιά είναι η φορά εκτόξευσης της μπάλας; Να υπολογισθεί η αρχική της ταχύτητα. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ: προς τα πάνω , 20m/s)
- 3.30** Σώμα αφήνεται ελεύθερο από μεγάλο ύψος. Να αποδειχθεί ότι η ταχύτητά του δίνεται από την σχέση  $v = \sqrt{2gy}$ , όπου  $y$  η μετατόπισή του και  $g$  επιτάχυνση της βαρύτητας. Οι αντιστάσεις του παραλείπονται.

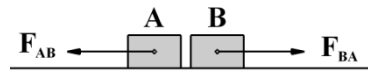
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.3

### Δυναμική στο επίπεδο

#### Απαραίτητες γνώσεις

1. Να γραφεί ο 3<sup>ος</sup> νόμος του Νεύτωνα.  
Ποιά συμπεράσματα προκύπτουν από αυτόν;

Όταν ένα σώμα  $A$  ασκεί μία δύναμη (δράση)  $F_{AB}$  σε ένα σώμα  $B$ , τότε και το σώμα  $B$  ασκεί δύναμη  $F_{BA}$  (αντίδραση) στο  $A$ , ίσου μέτρου αλλά αντίθετης κατεύθυνσης.



Ο τρίτος νόμος της κίνησης αναφέρεται σε κάποια ιδιότητα όλων των δυνάμεων. Ισχύει για δυνάμεις επαφής και για δυνάμεις από απόσταση. Ισχύει είτε τα σώματα ισορροπούν, είτε επιταχύνονται. Δείχνει πως οι δυνάμεις στην φύση εμφανίζονται πάντα κατά ζεύγη.

Η δράση με την αντίδραση δεν εξουδετερώνονται, γιατί ασκούνται σε διαφορετικά σώματα, και επομένως δεν μπορούμε να τις συνθέσουμε.

2. Αναφέρατε ορισμένες δυνάμεις από επαφή, και δυνάμεις από απόσταση.

Δυνάμεις επαφής είναι οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα, από άλλα σώματα που έρχεται σε επαφή. Δυνάμεις επαφής είναι: η δύναμη που ασκεί ένα τεντωμένο σχοινί σε ένα σώμα, η δύναμη του ελατηρίου, η κάθετη δύναμη στήριξης, η μυϊκή δύναμη του ανθρώπου, η άνωση, η αντίσταση του αέρα κ.λ.π.

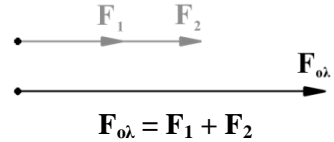
Οι δυνάμεις από επαφή που ασκούνται σε ένα σώμα, είναι τόσες, όσα είναι και τα σώματα με τα οποία έρχεται σε επαφή.

Δυνάμεις από απόσταση είναι αυτές που ασκούνται σε ένα σώμα, όταν βρίσκεται μέσα σε κάποιο πεδίο. Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος, η δύναμη ανάμεσα σε 2 φορτία, η δύναμη ανάμεσα σε 2 μαγνήτες κ.λ.π.

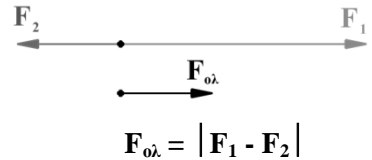


3. Πως υπολογίζεται το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  στις παρακάτω περιπτώσεις;
- Οι δύο δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση
  - Οι δύο δυνάμεις έχουν αντίθετες κατευθύνσεις
  - Οι δύο δυνάμεις είναι κάθετες μεταξύ τους
  - Οι κατευθύνσεις των δυνάμεων σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\varphi \neq \pi/2$

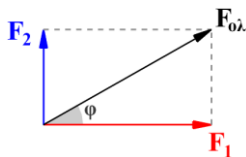
- α. Η συνισταμένη 2 δυνάμεων που έχουν την ίδια κατεύθυνση, έχει την ίδια κατεύθυνση μ' αυτές, και μέτρο ίσο με το άθροισμα των μέτρων τους.



- β. Η συνισταμένη 2 δυνάμεων που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις, έχει την κατεύθυνση της μεγαλύτερης απ' αυτές, και μέτρο ίσο με την απόλυτη διαφορά των μέτρων τους.

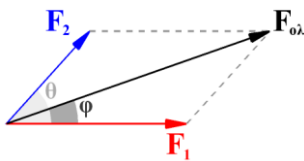


- γ. Η συνισταμένη 2 δυνάμεων κάθετων μεταξύ τους προσδιορίζεται με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.



$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad \text{με } \varepsilon\phi\phi = \frac{F_2}{F_1}$$

- δ. Η συνισταμένη 2 δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία  $\theta$  μεταξύ τους, προσδιορίζεται και πάλι με τον κανόνα του παραλληλογράμμου.

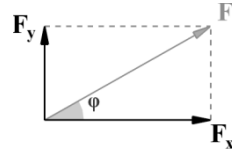


$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta}$$

$$\text{με } \varepsilon\phi\phi = \frac{F_2\eta\mu\theta}{F_1 + F_2\cos\theta}$$

4. Να αναλύσετε μια δύναμη  $F$  σε 2 συνιστώσες  $F_x$  και  $F_y$  κάθετες μεταξύ τους.

Αναλύουμε την δύναμη  $F$  σε 2 συνιστώσες  $F_x$  και  $F_y$  στους κάθετους άξονες  $x$  και  $y$ . Ισχύει:  $F_x = F \cdot \sigma\upsilon\upsilon\eta\phi$   
 $F_y = F \cdot \eta\mu\phi$



5. Πότε έχουμε ισορροπία ομοεπίπεδων δυνάμεων;

Ένα σημειακό αντικείμενο ισορροπεί όταν είναι ακίνητο, ή κινείται με σταθερή ταχύτητα. Λέμε τότε ότι οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα ισορροπούν.

Όταν οι δυνάμεις ισορροπούν, η συνισταμένη τους είναι ίση με μηδέν.

$$\Sigma F = 0$$

Αν οι δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες, μπορούμε να τις αναλύσουμε σε 2 συνιστώσες, σε άξονες  $x$  και  $y$  κάθετους μεταξύ τους. Η συνισταμένη των συνιστωσών σε κάθε άξονα είναι ίση με μηδέν. ( $\Sigma F_x = 0$  και  $\Sigma F_y = 0$ ).

Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν ικανή και αναγκαία συνθήκη για την ισορροπία ομοεπίπεδων δυνάμεων.

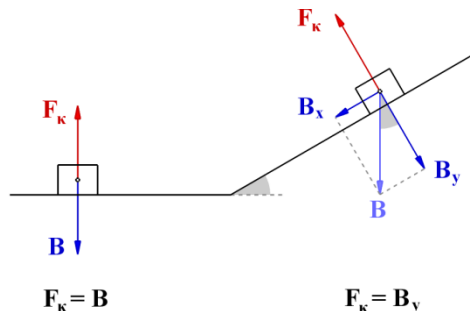
Μπορούμε να προβλέψουμε αν ένα σημειακό αντικείμενο ισορροπεί, εφόσον γνωρίζουμε ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι ίση με μηδέν.

$$\Sigma F = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

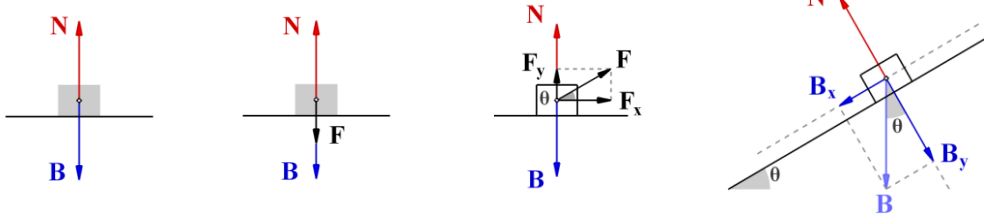
6. Τι είναι η δύναμη στήριξης μιας επιφάνειας  $N$ ; Πως μπορούμε να την υπολογίσουμε;

Δύναμη στήριξης  $N$  (ή  $F_N$ ) μιας (στερεάς) επιφάνειας, είναι η δύναμη που ασκεί η επιφάνεια σε ένα σώμα με το οποίο βρίσκεται σε επαφή, και το εμποδίζει να εισχωρήσει σ' αυτή.

Έχει κατεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια.



Χαράζουμε τον άξονα  $y$  κάθετο στην επιφάνεια, και τον άξονα  $x$  παράλληλο σε αυτήν. Αναλύουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε συνιστώσες στους άξονες  $x$  και  $y$ . Το μέτρο της δύναμης στήριξης  $N$  υπολογίζεται από την σχέση:  $\Sigma F_y = 0$ .

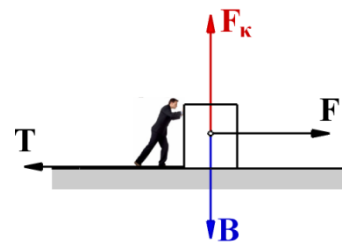


$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B = 0 \Rightarrow N = B$	$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B - F = 0 \Rightarrow N = B + F$	$F \rightarrow \begin{cases} F_x = F \cos \theta \\ F_y = F \sin \theta \end{cases}$	$B \rightarrow \begin{cases} B_x = B \sin \theta \\ B_y = B \cos \theta \end{cases}$
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = B - F \cdot \eta \mu \theta$	$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = B \cdot \cos \theta$	$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N + F_y = B \Rightarrow N = B - F \cdot \eta \mu \theta$	$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B_y \Rightarrow N = B \cdot \cos \theta$

## 7. Ποιά δύναμη ονομάζουμε τριβή; Ποιά είναι η στατική τριβή και ποιά η τριβή ολισθήσεως; Ποιά είναι τα χαρακτηριστικά τους;

**I. Στατική τριβή ονομάζεται η δύναμη που εμφανίζεται ανάμεσα στις επιφάνειες 2 σωμάτων που αλληλοσυμπιέζονται, ενώ βρίσκονται σε σχετική ακινησία.**

Ο άνθρωπος του σχήματος σπρώχνει το βαρύ κιβώτιο με οριζόντια δύναμη  $F$ . Το κιβώτιο όμως παραμένει ακίνητο. Η δύναμη που το εμποδίζει να κινηθεί είναι η στατική τριβή. Η στατική τριβή εκφράζει το γεγονός ότι το έδαφος δεν είναι λείο, και εμποδίζει το σώμα να κινηθεί σε σχέση μ' αυτό. Ασκείται από το έδαφος στο σώμα, και έχει κατεύθυνση αντίθετη της κατεύθυνσης της ταχύτητας που θα αποκτούσε το σώμα αν ο άνθρωπος μπορούσε να το κινήσει.

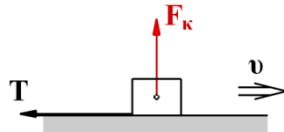


Το μέτρο της στατικής τριβής είναι ίσο με το μέτρο της δύναμης  $F$  που επιχειρεί να σπρώξει το σώμα. Παίρνει τιμές από το μηδέν, ως κάποια μέγιστη τιμή  $T_{\sigma\max}$  που εξαρτάται από την φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή, και είναι ανάλογη του μέτρου της κάθετης δύναμης στήριξης μεταξύ τους  $F_K$ . Η  $T_{\sigma\max}$  ονομάζεται οριακή τριβή και είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η στατική τριβή. Ισχύει:  $T_{\sigma\max} = \mu_{\sigma} F_K$ .

Το  $\mu_{\sigma}$  είναι ο συντελεστής στατικής τριβής. Είναι καθαρός αριθμός (δεν έχει μονάδες μέτρησης), και εξαρτάται μόνο από την φύση των επιφανειών που έρχονται σε επαφή.

Αν η δύναμη  $F$  που ασκούμε στο σώμα έχει μέτρο  $F > T_{\sigma\max}$ , τότε το σώμα θα κινηθεί προς την κατεύθυνσή της.

**II.** Η τριβή ολίσθησης εμφανίζεται κατά την επαφή 2 αντικειμένων που αλληλοσυμπιέζονται, ενώ το ένα ολισθαίνει σε σχέση με το άλλο.



Η τριβή ολίσθησης  $T$  που ασκείται σε ένα σώμα που κινείται σε ένα όχι λείο έδαφος, έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας του σώματος. Το μέτρο της:

- α.** Είναι ανεξάρτητο του εμβαδού επιφάνειας επαφής του σώματος και του εδάφους.
- β.** Είναι ανεξάρτητο της ταχύτητας με την οποία κινείται.
- γ.** Εξαρτάται από την φύση των επιφανειών επαφής.
- δ.** Είναι ανάλογο της κάθετης αντίδρασης  $F_K$ . (Νόμοι τριβής ολισθήσεως).

Ισχύει:  $T = \mu \cdot F_K$ , όπου  $\mu$  ο συντελεστής τριβής ολίσθησης. Είναι καθαρός αριθμός, (δεν έχει μονάδες μέτρησης), και η τιμή του εξαρτάται από την φύση των επιφανειών επαφής. Για 2 συγκεκριμένες επιφάνειες η τιμή αυτή είναι λίγο μικρότερη από την αντίστοιχη του συντελεστή στατικής τριβής.

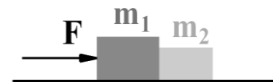
Η τριβή ολίσθησης είναι πάντοτε μικρότερη από την οριακή τριβή.

### 3<sup>ος</sup> ΝΟΜΟΣ ΝΕΥΤΩΝΑ – ΕΙΔΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

#### Ερωτήσεις

- 1.1** Σε έναν άνθρωπο ασκούνται το βάρος και η δύναμη στήριξης του εδάφους. Αποτελούν οι δύο αυτές δυνάμεις ένα ζεύγος δράσης – αντίδρασης;
- 1.2** Ο Κώστας έχει βάλει ένα τούβλο στο κεφάλι του και δείχνει να δυσφορεί έντονα. Ποια δύναμη νομίζετε ότι τον πονά;
- 1.3** Ποια δύναμη ασκείται στην ζυγαριά τη στιγμή που ζυγίζομαστε; Έχει μέτρο πάντοτε ίσο με το βάρος του σώματος; Πότε η ένδειξη της ζυγαριάς δεν δείχνει το πραγματικό μας βάρος;
- 1.4** Ο πατέρας δυσφορεί με την απόδοση του γιου του στο σχολείο και τον χαστουκίζει. Υπάρχει αντίδραση στη δύναμη που άσκησε το χέρι του πατέρα;
- α.** Φυσικά, το μάγουλο του παιδιού ασκεί μία δύναμη ίσου μέτρου αλλά αντίθετης φοράς στο χέρι του πατέρα.
- β.** Όχι, γιατί μόνο ο πατέρας ωθεί το χέρι του προς το παιδί.
- γ.** Υπάρχει αντίδραση, γιατί εκείνη τη στιγμή και το παιδί ωθεί το σώμα του προς τον πατέρα.

- 1.5** **I.** Ποιες δυνάμεις ασκούνται στα σώματα του σχήματος; (Τριβές δεν υπάρχουν).

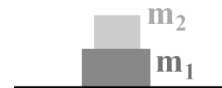


$m_1$ : .....

$m_2$ : .....

- II.** Ποιες απ' αυτές τις δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δράσης – αντίδρασης;
- III.** Ποια δύναμη επιταχύνει το σώμα  $m_2$ ;

- 1.6** **I.** Ποιες δυνάμεις ασκούνται στα σώματα του σχήματος;



$m_1$ : .....

$m_2$ : .....

- II.** Ποιες απ' αυτές τις δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δράσης – αντίδρασης;
- III.** Αν  $m_1 = 3\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ , να υπολογίσετε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που αναφέρατε.

- 1.7** Σημειώστε Ε ή Α αν η δύναμη είναι **Επαφής** ή από **Απόσταση**:
- α.** δύναμη νήματος ...      **δ.** δύναμη στήριξης επιφανείας ...
- β.** δύναμη ελατηρίου ...      **ε.** δύναμη Coulomb ...
- γ.** βάρος ...

## ΣΥΝΘΕΣΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

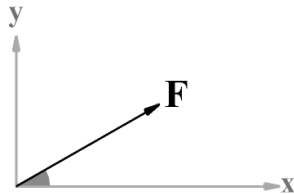
### Ερωτήσεις

**2.1** Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1 = 3\text{N}$  και  $F_2 = 4\text{N}$ , δεν μπορεί να είναι:  
**α.** 1N                      **β.** 4N                      **γ.** 3N                      **δ.** 8N

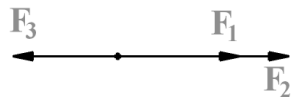
**2.2** Η συνισταμένη των δυνάμεων  $F_1 = 2\text{N}$ ,  $F_2 = 4\text{N}$  έχει μέτρο:  
**α.** 6N                      **β.** 2N                      **γ.**  $2\sqrt{5}\text{N}$   
**δ.** δεν μπορούμε να απαντήσουμε.

**2.3** Το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων  $F_1 = 6\text{N}$  και  $F_2 = 11\text{N}$  ίσως είναι:  
**α.** 3N                      **β.** 7N                      **γ.** 20N

**2.4** Να αναλύσετε τη δύναμη  $F$  στους άξονες του σχήματος. Αν  $F = 10\text{N}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ , τότε:  
 $F_x = \dots\dots\dots \text{N}$ .  
 $F_y = \dots\dots\dots \text{N}$ .

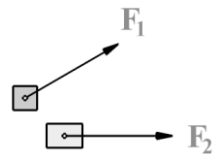


**2.5** Αν  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_2 = 12\text{N}$ ,  $F_3 = 8\text{N}$ , η συνισταμένη των τριών δυνάμεων έχει μέτρο.  
**α.** 10N                      **γ.** 6N  
**β.** 14N                      **δ.** 30N



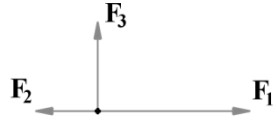
**2.6** Γιατί δεν έχει νόημα η συνισταμένη των 2 δυνάμεων του σχήματος,  $F_1 = F_2 = 10\text{N}$ ;

- α.** Γιατί ασκούνται σε διαφορετικά σώματα.
- β.** Γιατί έχουν ίσα μέτρα.
- γ.** Γιατί δεν γνωρίζουμε τη γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις τους.



**Ασκήσεις**

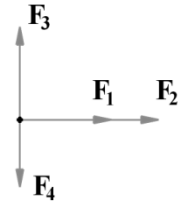
- 2.7** Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων του σχήματος:  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_2 = 2\text{N}$ ,  $F_3 = 6\text{N}$ .  
(Απ:  $10\text{N}$ ,  $\varepsilon\phi\theta = 3/4$  γωνία μεταξύ  $F_{12}$ ,  $F_{\text{ολ}}$ )



- 2.8** Σε ένα σημειακό αντικείμενο ενεργούν 2 δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2 = 2F_1$ . Αν η συνισταμένη τους έχει μέτρο  $F_{\text{ολ}} = F_1\sqrt{7}\text{N}$ , να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις τους.  
(Απ:  $\pi/3$ )

- 2.9** Σε ένα σημειακό αντικείμενο ενεργούν 2 δυνάμεις  $F_1 = 3\text{N}$  και  $F_2$ . Αν η συνισταμένη δύναμη  $F_{\text{ολ}}$  έχει μέτρο  $4\text{N}$  και είναι κάθετη στην  $F_1$  να υπολογιστεί το μέτρο και η κατεύθυνση της  $F_2$ .  
(Απ:  $5\text{N}$ ,  $\varepsilon\phi\theta = 3/4$  γωνία μεταξύ  $F_2$ ,  $F_{\text{ολ}}$ )

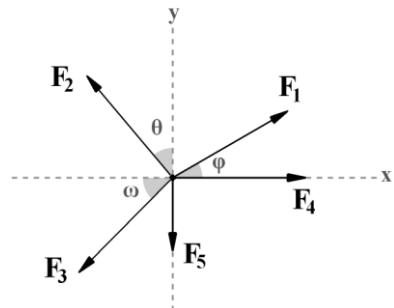
- 2.10** Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων του σχήματος.  
Δίνονται:  $F_2 = 10\text{N}$ ,  $F_1 = 6\text{N}$ ,  $F_3 = 20\text{N}$ ,  $F_4 = 8\text{N}$ .  
(Απ:  $12\text{N}$ ,  $\varepsilon\phi\theta = 3/4$  γωνία μεταξύ  $F_2$ ,  $F_{\text{ολ}}$ )



- 2.11** Το μέτρο της συνισταμένης δύο κάθετων δυνάμεων  $F_1$  και  $F_2$  είναι κατά μία μονάδα μεγαλύτερο από το μέτρο της  $F_1$ . Η εφαπτομένη της γωνίας μεταξύ της  $F_1$  και της συνισταμένης είναι  $5/12$ . Να υπολογιστούν τα μέτρα των  $F_1$  και  $F_2$ .  
(Απ:  $12\text{N}$ ,  $5\text{N}$ )

- 2.12** Αν η συνισταμένη δύο δυνάμεων  $F_1$ ,  $F_2$  ίσου μέτρου, έχει ίσο μέτρο με αυτές, υπολογίστε την γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις τους.  
(Απ:  $120^\circ$ )

- 2.13** Αν  $F_1 = 8\text{N}$ ,  $F_2 = 6\text{N}$ ,  $F_3 = 5\text{N}$ ,  $F_4 = 10\text{N}$  και  $F_5 = 6\text{N}$ , να αναλύσετε τις παρακάτω δυνάμεις σε συνιστώσες των ορθογωνίων αξόνων  $x$  και  $y$ .  
Δίνονται:  $\phi = 30^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$ ,  $\omega = 60^\circ$ .

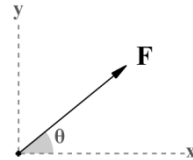


**2.14** Να αναλύσετε την δύναμη  $F = 12\text{N}$  σε 2 συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους, έτσι ώστε η μία απ' αυτές να σχηματίζει με την δύναμη  $F$  γωνία  $30^\circ$ .

(Απ:  $6\sqrt{3}\text{N}$  ,  $6\text{N}$ )

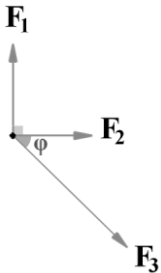
**2.15** Αν  $\eta\mu\theta = 0,6$  να υπολογιστούν οι συνιστώσες της  $F = 6\text{N}$  στους ορθογώνιους άξονες  $x$  και  $y$ .

(Απ:  $4,8\text{N}$  ,  $3,6\text{N}$ )



**2.16** Δύο δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία  $\varphi = 60^\circ$ . Αν  $F_2 = 8\text{N}$  να υπολογιστεί το μέτρο της  $F_1$  ώστε η συνισταμένη των δύο δυνάμεων να έχει μέτρο  $\sqrt{112}\text{N}$ .

(Απ:  $4\text{N}$ )



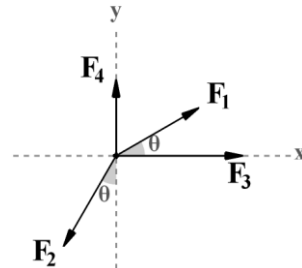
**2.17** Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων του διπλανού σχήματος:

Δίνονται:  $F_1 = 12\text{N}$  ,  $F_2 = 2\text{N}$  ,  $F_3 = 6\sqrt{2}\text{N}$  ,  $\varphi = 45^\circ$ .

(Απ:  $10\text{N}$  ,  $\epsilon\varphi\theta = 3/4$  γωνία μεταξύ  $F_2$  ,  $F_{o\lambda}$ )

**2.18** Να υπολογιστεί η συνισταμένη των παρακάτω δυνάμεων:  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 10\text{N}$  ,  $\theta = 30^\circ$ .

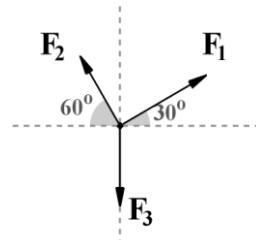
(Απ:  $15,06\text{N}$  ,  $\omega = 24,9^\circ$  γωνία μεταξύ  $F_{o\lambda}$  και άξονα  $x$ )



**2.19** Να υπολογιστεί η συνισταμένη των δυνάμεων.

Δίνονται:  $F_1 = 10\sqrt{3}\text{N}$  ,  $F_2 = 20\text{N}$  ,  $F_3 = 10\sqrt{3}\text{N}$ .

(Απ:  $10\text{N}$  ,  $\theta = 60^\circ$  γωνία μεταξύ  $F_{o\lambda}$  και άξονα  $x$ )

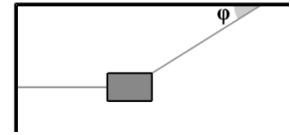




## ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

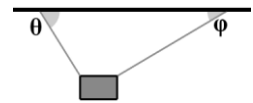
### Ασκήσεις

- 3.1** Αν το σώμα του σχήματος ισορροπεί να υπολογίσετε τις δυνάμεις των 2 νημάτων.  
Δίνονται:  $B = 100\text{N}$ ,  $\varphi = 45^\circ$ .

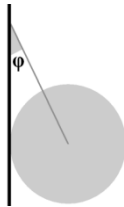


(Απ:  $100\text{N}$ ,  $100\sqrt{2}\text{N}$ )

- 3.2** Να υπολογίσετε τις δυνάμεις των νημάτων που ασκούνται στο σώμα.  
Δίνονται:  $B = 40\text{N}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$ .



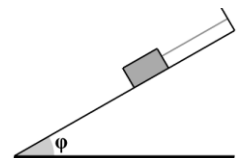
(Απ:  $20\sqrt{3}\text{N}$ ,  $20\text{N}$ )



- 3.3** Αν το βάρος του σώματος είναι  $60\text{N}$ , να υπολογιστεί η δύναμη στήριξης της επιφάνειας με την οποία έρχεται σ' επαφή.  $\varphi = 30^\circ$ .

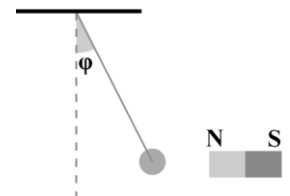
(Απ:  $20\sqrt{3}\text{N}$ )

- 3.4** Να υπολογιστεί η δύναμη του νήματος καθώς και η δύναμη στήριξης του εδάφους στο σώμα. Δίνονται, το βάρος του σώματος  $B = 10\text{N}$ , και η γωνία κλίσεως του επιπέδου  $\varphi = 30^\circ$ .



(Απ:  $5\text{N}$ ,  $5\sqrt{3}\text{N}$ )

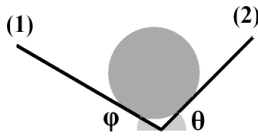
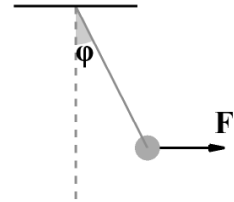
- 3.5** Μια σιδερένια σφαίρα βάρους  $30\text{N}$  ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση δεμένη με νήμα στερεωμένο από την οροφή διαπέδου. Πλησιάζουμε στην σφαίρα έναν μαγνήτη οπότε το νήμα αποκλίνει από την κατακόρυφο. Αν η δύναμη του μαγνήτη έχει μέτρο  $F = 10\sqrt{3}\text{N}$ , να υπολογιστεί η γωνία εκτροπής  $\varphi$  του νήματος.



(Απ:  $30^\circ$ )

**3.6** Μια οριζόντια δύναμη  $F = 30\text{N}$ , εκτρέπει το σώμα του εκκρεμούς από την αρχική θέση ισορροπίας του κατά γωνία  $\varphi$ . Αν το βάρος του σώματος είναι  $B = 40\text{N}$ , να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης του νήματος.

(Απ:  $50\text{N}$ )

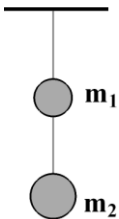
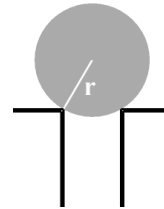


**3.7** Να υπολογιστούν οι δυνάμεις στήριξης των επιφανειών (1) και (2) στο σώμα του σχήματος. Δίνονται  $B = 60\text{N}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$

(Απ:  $\frac{120\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}\text{N}$ ,  $\frac{120}{\sqrt{2} + \sqrt{6}}\text{N}$ )

**3.8** Η μικρή μπάλα ακτίνας  $r = 20\text{cm}$  έχει σφηνώσει σ' ένα μικρό άνοιγμα του εδάφους μήκους  $20\text{cm}$ . Αν η δύναμη στήριξης που δέχεται η μπάλα από κάθε επιφάνεια που έρχεται σε επαφή έχει μέτρο  $20\sqrt{3}\text{N}$ , να υπολογίσετε το βάρος της.

(Απ:  $20\text{N}$ ,  $20\text{N}$ )

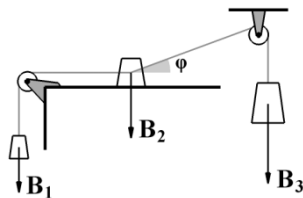


**3.9** Αν  $B_1 = 10\text{N}$ ,  $B_2 = 12\text{N}$ , να υπολογιστούν τα μέτρα των δυνάμεων των νημάτων που ασκούνται στα σώματα του σχήματος.

(Απ:  $22\text{N}$ ,  $12\text{N}$ )

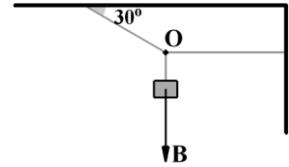
**3.10** Αν  $B_1 = 10\text{N}$ ,  $B_2 = 20\text{N}$  και  $B_3 = 30\text{N}$ , να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (3) του σχήματος.

(Απ: δυνάμεις νημάτων  $10\text{N}$ ,  $20\text{N}$ , δύναμη στήριξης εδάφους  $(30 - 10\sqrt{3})\text{N}$ )



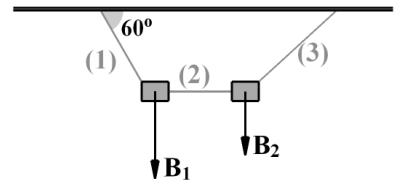
- 3.11** Αν  $B = 70\text{N}$ , υπολογίστε τις τάσεις των νημάτων στο σημείο  $O$ .

(Απ:  $140\text{N}$ ,  $70\sqrt{3}\text{N}$ ,  $70\text{N}$ )



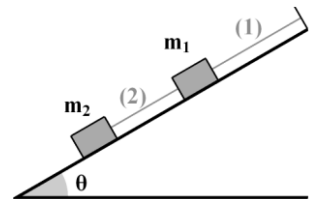
- 3.12** Να υπολογίσετε τις τάσεις των νημάτων, αν  $B_1 = 30\text{N}$ ,  $B_2 = 10\sqrt{3}\text{N}$ .

(Απ:  $20\sqrt{3}\text{N}$ ,  $10\sqrt{3}\text{N}$ ,  $20\sqrt{1,5}\text{N}$ )



- 3.13** Υπολογίστε τις τάσεις των νημάτων αν  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 4\text{kg}$  και  $\theta = 30^\circ$ .

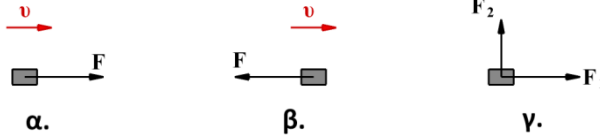
(Απ:  $30\text{N}$ ,  $20\text{N}$ )



## ΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ

### Ερωτήσεις

- 4.1 Οι δυνάμεις του σχήματος είναι οριζόντιες. Να σχεδιάσετε το διάνυσμα της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα.



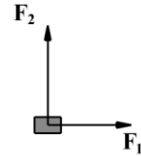
- 4.2 Οι δυνάμεις  $F_1$  και  $F_2$  που ασκούνται στο σώμα μάζας  $m$  είναι οριζόντιες. Το μέτρο της επιτάχυνσης  $a$  που αποκτά είναι:

α.  $\frac{F_1}{m}$

γ.  $\frac{\sqrt{F_1^2 + F_2^2}}{m}$

β.  $\frac{F_1 + F_2}{m}$

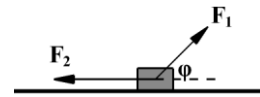
δ.  $\frac{F_1 - F_2}{m}$



### Προβλήματα

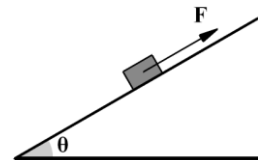
- 4.3 Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος, καθώς και την δύναμη στήριξης του εδάφους.

Δίνονται:  $m = 5\text{kg}$ ,  $F_1 = 25\sqrt{2}\text{ N}$ ,  $F_2 = 15\text{N}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$  και  $\varphi = 45^\circ$ . Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ:  $2\text{m/s}^2$ ,  $25\text{N}$ )

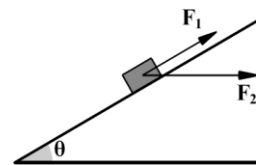
- 4.4 Υπολογίστε το μέτρο της δύναμης  $F$  που πρέπει να ασκούμε στο σώμα  $m = 1\text{kg}$ , ώστε να κινείται προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1,5\text{m/s}^2$ . Δίνονται η γωνία κλίσης του επιπέδου  $\theta = 30^\circ$ , και  $g = 10\text{m/s}^2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ:  $6,5\text{N}$ )

- 4.5 Αν  $F_1 = 6\text{N}$ ,  $F_2 = 15\sqrt{2}\text{ N}$ ,  $m = 2\sqrt{2}\text{ kg}$  και  $\theta = 45^\circ$ ,  
 α. Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα. Τριβές δεν υπάρχουν.  
 β. Υπολογίστε την δύναμη στήριξης του εδάφους.

(Απ: α.  $\sqrt{2}/4\text{ m/s}^2$ , β.  $35\text{N}$ )



- 4.6** Από τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\theta = 30^\circ$ , εκτοξεύουμε σώμα με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 12\text{m/s}$ . Πόσα μέτρα θα καταφέρει να ανέβει; Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απ: 14,4m)

- 4.7** Σε αρχικά ακίνητο σώμα  $m = 2\text{kg}$  ασκούνται 2 οριζόντιες δυνάμεις κάθετες μεταξύ τους μέτρων  $F_1 = 6\text{N}$  και  $F_2 = 8\text{N}$ .

**α.** Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

**β.** Ποια είναι η μετατόπισή του στην διάρκεια του 3<sup>ου</sup> δευτερολέπτου;

(Απ: **α.**  $5\text{m/s}^2$ ,  $\epsilon\phi\theta = 3/4$  γωνία μεταξύ  $F_{ολ}$ ,  $F_2$  **β.** 12,5m)

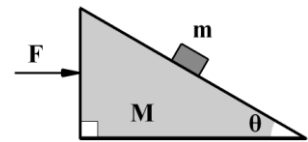
- 4.8** Μια κοπέλα μετακινεί το καρότσι με το βρέφος στο οριζόντιο επίπεδο, ασκώντας σ' αυτό δύναμη  $F = 60\text{N}$ , που η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με το επίπεδο. Το καρότσι κινείται με σταθερή ταχύτητα. Υπολογίστε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που αντιστέκεται στην κίνηση του καροτσιού. Δίνεται η μάζα καροτσιού – βρέφους  $m = 10\text{kg}$ .

(Απ: 30N)

- 4.9** Στο σώμα μάζας  $m = 2,5\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $F = 40\text{N}$  υπό γωνία  $60^\circ$  ως προς το επίπεδο και το αναγκάζει να διανύσει 48m σε 4sec. Αποδείξτε ότι υπάρχει τριβή και υπολογίστε το μέτρο της.

(Απ: 5N)

- 4.10 I.** Υπολογίστε την επιτάχυνση  $a$  που πρέπει να έχει το σώμα μάζας  $M$  ως προς το έδαφος, ώστε το σώμα μάζας  $m$  να παραμένει ακίνητο σε σχέση με αυτό.

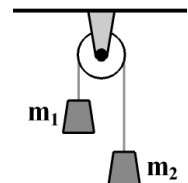


- II.** Υπολογίστε το μέτρο της δύναμης  $F$  που πρέπει να ασκούμε στο σώμα  $M$  σ' αυτήν την περίπτωση.

Δεν υπάρχουν τριβές. Δίνονται  $M$ ,  $m$ ,  $\theta$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ .

(Απ: **α.**  $g \cdot \epsilon\phi\theta$  **β.**  $(M+m) \cdot g \cdot \epsilon\phi\theta$ )

- 4.11** Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινούνται οι δύο μάζες. Το σχοινί και η τροχαλία έχουν αμελητέο βάρος. Δεν υπάρχουν τριβές. Δίνονται  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $g$ ,  $m_1 > m_2$ .



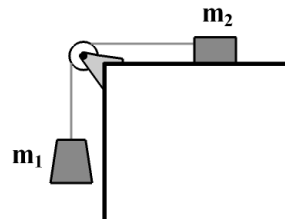
(Απ:  $g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$ )

**4.12** Τα δύο σώματα  $m_1 = 2\text{kg}$  και  $m_2 = 3\text{kg}$  κινούνται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F = 10\text{N}$  σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτούν.



( Απ:  $2\text{m/s}^2$  )

**4.13** Αφήνουμε τα αρχικά ακίνητα σώματα με μάζες  $m_1 = 3\text{kg}$  και  $m_2$  να κινηθούν ελεύθερα, οπότε διαπιστώνουμε ότι αποκτούν ταχύτητα  $v = 6\text{m/s}$  σε χρόνο  $2\text{s}$ . Να υπολογίσετε:



- α. Την επιτάχυνση που αποκτούν.
- β. Την δύναμη που ασκεί το νήμα στο σώμα  $m_2$ .
- γ. Την μάζα  $m_2$ .

( Απ: α.  $3\text{m/s}^2$  β.  $21\text{N}$  γ.  $7\text{kg}$  )

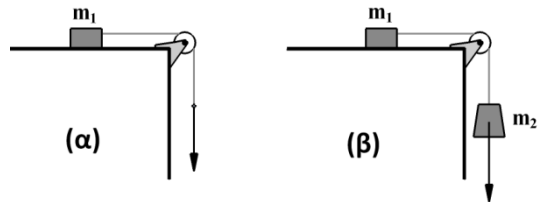
**4.14** Στο σώμα  $m_1$  του σχήματος ασκείται δύναμη  $F$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 3\text{sec}$  το σχοινί σπάει. Υπολογίστε την απόσταση των δύο σωμάτων 2 δευτερόλεπτα αφότου έσπασε το σχοινί.



Δίνονται  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 1\text{kg}$ ,  $F = 12\text{N}$ . Τριβές δεν υπάρχουν. Τα 2 σώματα πριν της επίδραση της δύναμης  $F$  ήταν ακίνητα.

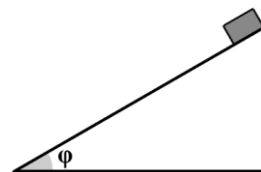
( Απ:  $12\text{m}$  )

**4.15** Στο νήμα του σχήματος (α) ασκούμε δύναμη σταθερού μέτρου  $F = 30\text{N}$ . Στο σχήμα (β), κρεμάμε στο νήμα ένα σώμα βάρους  $B_2 = F$ . Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα  $m_1$  σε κάθε περίπτωση. Τριβές δεν υπάρχουν. Το βάρος του 1<sup>ου</sup> σώματος είναι  $B_1 = 20\text{N}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .



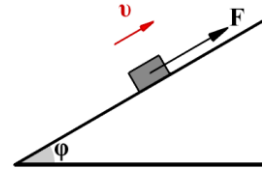
( Απ:  $a_1 = 15\text{m/s}^2$ ,  $a_2 = 6\text{m/s}^2$  )

**4.16** Αφήνουμε ένα μικρό σώμα στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Αν το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $s$  και το ύψος του  $h$ , να αποδείξετε ότι ο χρόνος που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στη βάση του είναι  $t = s\sqrt{2/gh}$ .



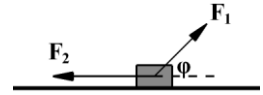
Δίνεται το  $g$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

- 4.17 I.** Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης  $F_1$  αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v = 20\text{m/s}$ .  
**II.** Ποιο θα ήταν το μέτρο της  $F$ , αν η ταχύτητα είχε σταθερό μέτρο  $v = 30\text{m/s}$ .  
 Δίνονται:  $B = 16\text{N}$ ,  $\varphi = 30^\circ$ . Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ: α.  $8\text{N}$  , β.  $8\text{N}$ )

- 4.18** Το σώμα του σχήματος βάρους  $B = 50\text{N}$  κινείται με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά. Αν  $F_2 = 20\text{N}$ , να υπολογιστεί το μέτρο της  $F_1$ , καθώς και το μέτρο της δύναμης στήριξης του εδάφους. Δίνεται  $\varphi = 60^\circ$ . Τριβές δεν υπάρχουν.

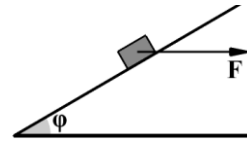


(Απ:  $40\text{N}$  ,  $(50 - 20\sqrt{3})\text{N}$ )

- 4.19** Αν το μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου είναι  $10\text{m}$  και το ύψος του  $6\text{m}$ , να υπολογίσετε το ελάχιστο μέτρο της δύναμης  $F$  που πρέπει να ασκήσουμε σ' ένα σώμα παράλληλα με το κεκλιμένο επίπεδο ώστε να το ανεβάσουμε στην κορυφή. Δίνεται το βάρος του σώματος  $B = 12\text{N}$ .

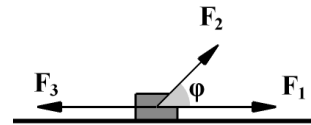
(Απ:  $7,2\text{N}$ )

- 4.20** Αν το σώμα του σχήματος ανεβαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου, με σταθερή ταχύτητα  $v$ , να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $F_1$ , καθώς και το μέτρο της δύναμης στήριξης του εδάφους. Τι θα άλλαζε αν το σώμα κατέβαινε με σταθερή ταχύτητα  $v$ ; Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ:  $B \cdot \epsilon\varphi\varphi$  ,  $B / \sigma\upsilon\upsilon\varphi$ )

- 4.21** Το σώμα του σχήματος κινείται με σταθερή ταχύτητα προς τα δεξιά. Αν  $F_1 = 10\text{N}$ ,  $F_3 = 30\text{N}$ ,  $B = 50\text{N}$ , και  $\varphi = 45^\circ$ , να υπολογιστεί το μέτρο της  $F_2$ , καθώς και το μέτρο της δύναμης στήριξης του εδάφους. Τριβές δεν υπάρχουν.



(Απ:  $20\sqrt{2}\text{N}$  ,  $30\text{N}$ )

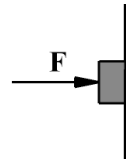
- 4.22** Αερόστατο συνολικής μάζας  $M$  κατεβαίνει κατακόρυφα προς τα κάτω με επιτάχυνση  $a$ . Όταν όμως ο αεροναύτης πετάξει προς τα κάτω κάποια αποσκευή μάζας  $m$ , το αερόστατο κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα. Να υπολογιστεί η μάζα  $m$ . Δίνονται  $M$ ,  $a$ ,  $g$ . Σε όλη την διάρκεια της κίνησης, ασκείται στο αερόστατο ανυψωτική δύναμη μέτρου  $F$ .

(Απ:  $M a / g$ )

## ΤΡΙΒΗ

### Ερωτήσεις

- 5.1** Ποιά είναι η απαραίτητη προϋπόθεση για να υπάρχει τριβή ανάμεσα σε 2 επιφάνειες;
- α.** Οι επιφάνειες δεν πρέπει να είναι λείες.
  - β.** Πρέπει να υπάρχει κάθετη δύναμη στήριξης ανάμεσα στις επιφάνειες.
  - γ.** Η μία επιφάνεια πρέπει να κινείται σε σχέση με την άλλη.
- 5.2** Οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης:
- α.** Έχουν ως μονάδα μέτρησης το 1N.
  - β.** Έχουν ως μονάδα μέτρησης το 1N/m<sup>2</sup>.
  - γ.** Είναι αδιάστατα φυσικά μεγέθη.
  - δ.** Η μονάδα μέτρησής τους εξαρτάται από την φύση των επιφανειών που έρχονται σ' επαφή.
- 5.3** Από ποιους παράγοντες εξαρτάται το μέτρο της τριβής ολίσθησης;
- α.** Από το εμβαδόν επαφής ανάμεσα στις δύο επιφάνειες.
  - β.** Από την σχετική ταχύτητα των επιφανειών.
  - γ.** Από τη φύση των επιφανειών.
  - δ.** Από την κάθετη αντίδραση ανάμεσα στις επιφάνειες.
- 5.4** Το σώμα στέκεται στον τοίχο υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης F.
- I.** Ποιος εμποδίζει το σώμα να πέσει;
- α.** Το βάρος.
  - β.** Η οριζόντια δύναμη.
  - γ.** Η τριβή ανάμεσα στο σώμα και στον τοίχο.
- II.** Αν ασκήσουμε μια δύναμη F μικρότερου μέτρου το σώμα θα πέσει. Πώς εξηγείται αυτό;
- α.** Η F δεν μπορεί να εξουδετερώσει το βάρος του σώματος.
  - β.** Ελαττώνεται το μέτρο της κάθετης αντίδρασης ανάμεσα στο σώμα και τον τοίχο.
  - γ.** Η επιφάνεια επαφής των 2 σωμάτων, δεν είναι πλέον τόσο τραχιά.

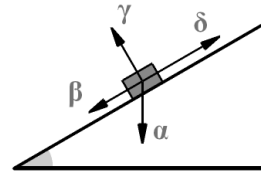




5.5 Το σώμα του σχήματος κινείται προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου:

I. Τι παριστάνουν τα διανύσματα του σχήματος;

- α. ....
- β. ....
- γ. ....
- δ. ....



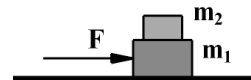
II. Ποιες διορθώσεις θα πρέπει να κάνουμε αν το σώμα κινείται προς τα πάνω;

5.6 Αφού όταν κινείται ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτό έχει μέτρο ίσο με μηδέν, γιατί θα πρέπει να του ασκούμε συνεχώς μια δύναμη;

5.7 Πότε σταματά ευκολότερα ένα φορτηγό;

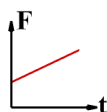
- α. Όταν δεν έχει φορτίο.
- β. Όταν είναι φορτωμένο.
- γ. Σταματά το ίδιο εύκολα (ή δύσκολα) και στις δύο περιπτώσεις.

5.8 Στο σώμα 1 του σχήματος ασκούμε οριζόντια δύναμη  $F$ . Ποια δύναμη κινεί το σώμα 2;

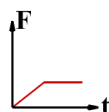


- α. Η οριζόντια δύναμη  $F$ .
- β. Η αντίδραση της οριζόντιας δύναμης  $F$ .
- γ. Η δύναμη που ασκεί το σώμα 1 στο σώμα 2.
- δ. Η τριβή ανάμεσα στις επιφάνειες των 2 σωμάτων.

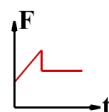
5.9 Ο άνθρωπος ασκεί οριζόντια δύναμη  $F$  στο βαρύ κιβώτιο. Στην αρχή καθώς το κιβώτιο δεν μετακινείται η δύναμη  $F$  αυξάνει το μέτρο της. Όταν το κιβώτιο αρχίζει να κινείται, υπό την επίδραση της  $F$  έχει σταθερή ταχύτητα. Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις αποδίδει καλύτερα τη μεταβολή του μέτρου της δύναμης  $F$  σε συνάρτηση με το χρόνο;



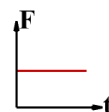
α.



β.



γ.



δ.

**5.10** Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί στο οριζόντιο επίπεδο.

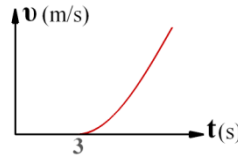
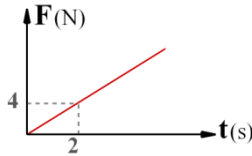
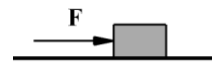
Ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στο σώμα και το έδαφος είναι  $\mu_s = 0,6$  ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης,  $\mu = 0,5$ . Ο άνθρωπος ασκεί στο σώμα δύναμη  $F$  της οποίας το μέτρο συνεχώς αυξάνεται. Να αντιστοιχίσετε σωστά το μέτρο της δύναμης  $F$  που ασκείται στο σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα, με το μέτρο της τριβής που αναπτύσσεται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .



1.  $F = 5\text{N}$
2.  $F = 8\text{N}$
3.  $F = 12\text{N}$
4.  $F = 15\text{N}$

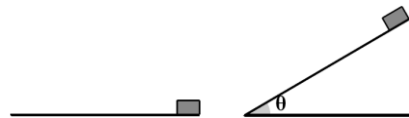
- α.  $T = 12\text{N}$
- β.  $T = 5\text{N}$
- γ.  $T = 15\text{N}$
- δ.  $T = 8\text{N}$
- ε.  $T = 10\text{N}$

**5.11** Το μέτρο της δύναμης  $F$  που ασκείται σ' ένα αρχικά ακίνητο σώμα, καθώς και η ταχύτητα που αποκτά αυτό μεταβάλλονται σύμφωνα με τα παρακάτω διαγράμματα.



- I. Εξηγήστε το γεγονός ότι στο σώμα αναπτύσσεται τριβή.
- II. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής που ασκείται στο σώμα είναι: ...N.
- III. Αν η μάζα του σώματος είναι  $m = 1\text{kg}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ , ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στο σώμα και το έδαφος είναι:
  - α. 0,2
  - β. 0,4
  - γ. 0,6

**5.12** Μια εύκολη πειραματική μέθοδος με την οποία υπολογίζουμε το συντελεστή οριακής τριβής ανάμεσα σ' ένα σώμα και μια επιφάνεια είναι ο εξής:



Σηκώνουμε προς τα πάνω το ένα άκρο της επιφάνειας, έτσι ώστε να σχηματίζει κεκλιμένο επίπεδο. Το σώμα δεν κατηφορίζει σ' αυτήν εξαιτίας της στατικής τριβής. Για κάποια τιμή της γωνίας  $\theta$ , παρατηρούμε ότι το σώμα είναι έτοιμο να κινηθεί. Η στατική τριβή σε αυτήν την περίπτωση έχει πάρει τη μέγιστη τιμή της.

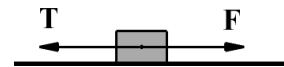
- I.** Αναλύστε το βάρος του σώματος σε 2 συνιστώσες, μια παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο  $B_x = \dots\dots\dots$  και μία κάθετη σ' αυτό  $B_y = \dots\dots\dots$
- II.** Η δύναμη στήριξης του εδάφους έχει μέτρο  $N = \dots\dots\dots N$ .
- III.** Η στατική τριβή έχει μέτρο:
- α.**  $T_\sigma = B_x$       **β.**  $T_\sigma < B_x$       **γ.**  $T = B$       **δ.**  $T < B$
- IV.** Με τη βοήθεια των απαντήσεων στα ερωτήματα **I** και **III** και της σχέσεως  $T_\sigma = \mu_\sigma N$  ο συντελεστής στατικής τριβής  $\mu_\sigma$  έχει τιμή:
- α.** εφθ      **β.**  $\frac{1}{\sigma\eta\theta}$       **γ.**  $\frac{1}{\eta\mu\theta}$
- δ.** δεν μπορεί να βρεθεί αφού δεν γνωρίζουμε την μάζα του σώματος.

**5.13** Σώμα μάζας  $m$  κατηφορίζει στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και στην συνέχεια κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης  $\mu$ , είναι ο ίδιος και στα δύο επίπεδα.



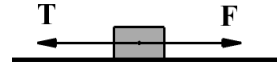
- I.** Η επιτάχυνση με την οποία κινείται το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο είναι:
- α.**  $g \cdot \eta\mu\theta$       **γ.**  $g \cdot (\eta\mu\theta + \mu \cdot \sigma\eta\theta)$
- β.**  $\mu \cdot g \cdot \sigma\eta\theta$       **δ.**  $g \cdot (\eta\mu\theta - \mu \cdot \sigma\eta\theta)$
- II.** Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.
- α.** Είναι μεγαλύτερο στο κεκλιμένο επίπεδο.
- β.** Είναι μεγαλύτερο στο οριζόντιο επίπεδο.
- γ.** Έχει την ίδια τιμή και στα δύο επίπεδα.
- III.** Η απάντησή σας στο προηγούμενο ερώτημα οφείλεται στο ότι:
- α.** Έχουμε τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .
- β.** Στο κεκλιμένο επίπεδο το βάρος επιταχύνει το σώμα.
- γ.** Η δύναμη στήριξης της επιφάνειας στο κεκλιμένο επίπεδο, έχει τιμή μικρότερη απ' αυτήν στο οριζόντιο.

**5.14** Το σώμα του σχήματος επιταχύνεται υπό την επίδραση δύναμης  $F$ . Κάποια στιγμή η δύναμη  $F$  παύει να ασκείται στο σώμα. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης τότε:



- α.** παραμένει σταθερό, μέχρι να σταματήσει η κίνηση του σώματος.
- β.** ελαττώνεται καθώς ελαττώνεται και το μέτρο της ταχύτητας του σώματος.
- γ.** αυξάνεται, και μετά από λίγο το σώμα σταματά.

5.15 I. Η δύναμη  $F = 6\text{N}$  επιχειρεί να σπρώξει το σώμα του σχήματος, αλλά αυτό παραμένει ακίνητο. Η στατική τριβή που ασκείται στο σώμα έχει μέτρο .....N.



II. Αν το βάρος του σώματος είναι  $B = 20\text{N}$ , ο συντελεστής στατικής του τριβής είναι:

α. 0,3

γ. 6

β. 0,6

δ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε

### Προβλήματα

5.16 Η δύναμη  $F = 90\text{N}$ , ασκείται στο σώμα μάζας  $m = 15\text{kg}$  του σχήματος. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του εδάφους είναι  $\mu = 0,2$ , να υπολογίσετε:



α. τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

β. το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σώμα.

γ. το μέτρο της ταχύτητας καθώς και της μετατόπισής του την χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$  αν αρχικά ήταν ακίνητο.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: α.  $B = 150\text{N}$  ,  $N = 150\text{N}$  ,  $T = 30\text{N}$  β.  $4\text{m/s}^2$  γ.  $16\text{m/s}$  ,  $32\text{m}$ )

5.17 Ένα αρχικά ακίνητο σώμα, υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F = 10\text{N}$ , αποκτά ταχύτητα  $6\text{m/s}$  σε 4 δευτερόλεπτα. Αν η μάζα του είναι  $m = 5\text{kg}$ , να υπολογίσετε:

α. Την επιτάχυνση που αποκτά.

β. Το μέτρο της τριβής που του ασκείται.

γ. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης.

δ. Πόσα μέτρα διανύει σε 4 δευτερόλεπτα;

ε. Πόσα μέτρα περισσότερα θα διένυε αν το επίπεδο ήταν λείο;

(Απ: α.  $1,5\text{m/s}^2$  β.  $2,5\text{N}$  γ.  $0,05$  δ.  $12\text{m}$  ε.  $4\text{m}$ )

5.18 Το αρχικά ακίνητο σώμα  $m = 4\text{kg}$ , υπό την επίδραση δύναμης  $F = 16\text{N}$ , διανύει  $24\text{m}$  σε  $4\text{s}$ .



α. Αποδείξτε ότι υπάρχει τριβή.

β. Υπολογίστε τον συντελεστή τριβής μεταξύ σώματος και εδάφους.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: 0,1)

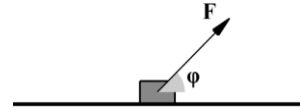
**5.19** Μια μικρή μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $72\text{km/h}$  στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης. Αν κατά την κίνηση του σώματος υπάρχει τριβή με συντελεστή  $\mu = 0,2$ , υπολογίστε:

- α.** το μέτρο της επιβράδυνσης της μπάλας.  
**β.** την ολική της μετατόπιση μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $2\text{m/s}^2$  **β.**  $100\text{m}$  )

**5.20** Σε σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$ , που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $F = 20\sqrt{2}\text{N}$ , που σχηματίζει γωνία  $\varphi = 45^\circ$  με το επίπεδο.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = 0,6$ .

- α.** Υπολογίστε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.  
**β.** Σε πόσο χρόνο θα μετατοπιστεί κατά  $64\text{m}$ ;

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $B = 40\text{N}$  ,  $N = 20\text{N}$  ,  $T = 12\text{N}$  **β.**  $8\text{s}$  )

**5.21** Ένα σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  ξεκινά από την ηρεμία και κινείται σε οριζόντιο επίπεδο υπό την επίδραση δύναμης  $F$  που σχηματίζει γωνία  $\varphi = 60^\circ$  με το επίπεδο, προς τα πάνω. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ

σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$  και το σώμα μετατοπίζεται κατά  $100\text{m}$

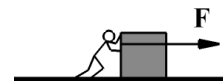
σε  $10\text{sec}$ , να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης  $F$ . Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ:  $(100\sqrt{3}/3 + 20)\text{N}$  )

**5.22** Σώμα εκτοξεύεται σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής  $\mu$ , και μετατοπίζεται κατά  $12\text{m}$  μέχρι να σταματήσει. Ποια θα ήταν η μετατόπισή του, αν εκτοξευόταν με την διπλάσια ταχύτητα;

( Απ:  $48\text{m}$  )

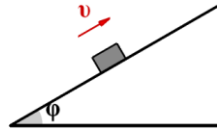
**5.23** Ο εργάτης σπρώχνει το αρχικά ακίνητο κιβώτιο του σχήματος με δύναμη  $F = 100\text{N}$  επί  $4\text{s}$ . Στην συνέχεια το σώμα κινείται για λίγο και σταματά λόγω τριβών.



Να υπολογιστεί η συνολική του μετατόπιση. Δίνονται, η μάζα του κιβωτίου  $m = 10\text{kg}$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο κιβώτιο και το έδαφος,  $\mu = 0,8$ .

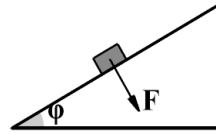
( Απ:  $20\text{m}$  )

- 5.24** Το μέτρο της τριβής που ασκείται στο σώμα του σχήματος είναι 30N. Αν η μάζα του είναι 6kg και  $\varphi = 45^\circ$ , υπολογίστε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου  $\mu$ . Ποιά θα είναι η τιμή του αν κινείται προς τα κάτω; Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $\sqrt{2}/2$  , η ίδια)

- 5.25** Υπολογίστε την ελάχιστη τιμή της δύναμης  $F$ , κάθετης στο επίπεδο του σχήματος, ώστε το σώμα να ισορροπεί. Δίνονται, η γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου  $\varphi = 60^\circ$ , η μάζα του σώματος  $m = 4\text{kg}$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , και ο συν-



τελεστής στατικής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

(Απ: 60N)

- 5.26** Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\theta = 30^\circ$ , μήκους  $s = 16\text{m}$  αφήνουμε να κινηθεί προς τα κάτω αρχικά ακίνητο σώμα  $m$ . Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου κατά την κίνησή του είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$ , υπολογίστε:

**α.** Την επιτάχυνση του σώματος

**β.** Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στην βάση του επιπέδου και με ποια ταχύτητα;

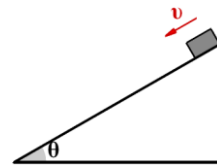
Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $2\text{m/s}^2$  **β.**  $4\text{s}$  ,  $8\text{m/s}$ )

- 5.27** Το σώμα κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα  $v = 2\text{m/s}$ .

**α.** Αν  $\theta = 30^\circ$ , υπολογίστε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου,  $\mu$ .

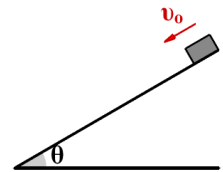
**β.** Για ποιές τιμές του  $\mu$  η ταχύτητα του σώματος αυξάνεται συνεχώς;



(Απ:  $\sqrt{3}/3$  ,  $\mu < \sqrt{3}/3$ )

- 5.28** Σώμα  $m$  βάλλεται από την βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$  προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 30\text{m/s}$ . Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , να υπολογιστεί η ολική μετατόπιση του σώματος πάνω στο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία. Θα μπορέσει στη συνέχεια να επιστρέψει προς τα κάτω; Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $45\text{m}$ , όχι)

- 5.29** Σώμα  $m$  εκτοξεύεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου κλίσεως  $30^\circ$  προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20\text{m/s}$ . Αν το μήκος του επιπέδου είναι  $s = 100\text{m}$ , να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου ώστε μόλις που να φτάσει στην βάση του. Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

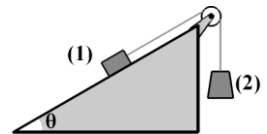


(Απ:  $\sqrt{3}/5$ )

- 5.30** Σώμα  $m$  εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 20\text{m/s}$  κατά μήκος ενός οριζόντιου επιπέδου. Αφού διανύσει  $S_1 = 17,5\text{m}$ , συνεχίζει την κίνησή του στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει. Να υπολογιστεί η μετατόπισή του  $S$  στο κεκλιμένο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και στα 2 επίπεδα είναι  $\mu = 0,5$ . Δίνονται, γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου  $\theta = 30^\circ$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $225 / (10 + 5\sqrt{3})\text{m}$ )

- 5.31** Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα δύο σώματα. Δίνονται  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 8\text{kg}$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος  $m_1$  και επιπέδου είναι  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

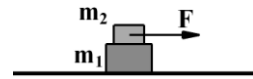


(Απ:  $6,25\text{m/s}^2$ )

- 5.32** Για το αρχικά ακίνητο σώμα  $m = 2\text{kg}$  του σχήματος ο συντελεστής στατικής τριβής είναι  $\mu_s = 0,8$ , ενώ ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι  $\mu = 0,6$ . Η δύναμη  $F$  που ασκείται σ' αυτό, είναι η ελάχιστη δύναμη που μπορεί να το μετακινήσει. Πόσο θα μετατοπιστεί σε 4 δευτερόλεπτα; Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $16\text{m}$ )



- 5.33** Στο σώμα  $m_2$  ασκείται δύναμη  $F = 20\text{N}$ . Υπολογίστε τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο σωμάτων. Το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο, ενώ ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στις επιφάνειες των δύο σωμάτων είναι  $\mu = 0,4$ . Δίνονται  $m_1 = 8\text{kg}$ ,  $m_2 = 2\text{kg}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .

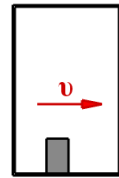


(Απ:  $1\text{m/s}^2$ ,  $6\text{m/s}^2$ )

- 5.34** Στο εμπρός τμήμα ενός φορτηγού, προσκρούει ένα μικρό άδειο κουτί. Να υπολογιστεί η επιτάχυνση του φορτηγού, ώστε το κουτί να ισορροπεί. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στις επιφάνειες του κουτιού και του φορτηγού  $\mu$ , καθώς και η σταθερά  $g$ .

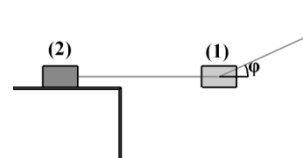
(Απ:  $g/\mu$ )

- 5.35** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία πρέπει να κινείται το ασανσέρ, ώστε η τριβή ολίσθησης κατά την κίνηση του σώματος  $m = 2\text{kg}$  να έχει μέτρο  $T = 12\text{N}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα  $m$  και την επιφάνεια του ασανσέρ είναι  $\mu = 0,5$ . Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $2\text{m/s}^2$ )

- 5.36** Τα σώματα (1) και (2) ισορροπούν. Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο σώμα (2) και το οριζόντιο επίπεδο. Δίνονται τα βάρη των 2 σωμάτων  $B_1$  και  $B_2$  και η γωνία  $\varphi$ .



(Απ:  $B_1/B_2 \text{ εφφ}$ )

- 5.37** Σώμα  $m$  εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα  $v_0$  προς τα πάνω, κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου, γωνίας κλίσεως  $30^\circ$ . Αφού μετατοπισθεί κατά  $16\text{m}$ , η ταχύτητά του έχει μέτρο  $v = 12\text{m/s}$ . Κατά την κίνηση του σώματος υπάρχει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = \sqrt{3}/5$ . Να υπολογιστεί το μέτρο της αρχικής του ταχύτητας  $v_0$ . Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $20\text{m/s}$ )

- 5.38** Λιμενεργάτες ασκούν σε ένα κιβώτιο οριζόντιες δυνάμεις  $F_1 = 800\text{N}$  και  $F_2 = 1000\text{N}$ , και το αναγκάζουν να μετακινείται, έχοντας κίνηση με εξίσωση  $x = t$ . Αν το βάρος του κιβωτίου είναι  $2000\text{N}$ , υπολογίστε:



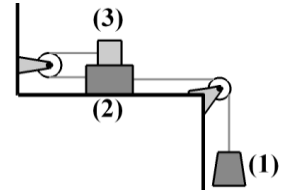
- α. Τον συντελεστή τριβής ανάμεσα στο κιβώτιο και το έδαφος
- β. Τη μετατόπισή του σε  $6\text{s}$ .

(Απ: α.  $0,9$  β.  $6\text{m}$ )



- 5.39** Υπολογίστε την επιτάχυνση των σωμάτων του σχήματος. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στα σώματα (2) και (3) είναι  $\mu = 0,4$ , ενώ το οριζόντιο επίπεδο είναι λείο.

Δίνονται:  $m_1 = 6\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$ ,  $m_3 = 1\text{kg}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .  
(Απ:  $5,2\text{m/s}^2$ )



- 5.40** Το αρχικά ακίνητο σώμα φτάνει στη βάση του λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\theta = 45^\circ$ , σε χρόνο  $t_1$ , με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ . Αν όμως κατά την κίνηση του σώματος υπήρχε τριβή με συντελεστή  $\mu$ , ο αντίστοιχος χρόνος είναι  $t_2$ , και το αντίστοιχο μέτρο ταχύτητας  $v_2$ . Να αποδειχθούν ότι:

$$\alpha. \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{1 - \mu} \qquad \beta. \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1}$$

- 5.41** Μια μικρή σφαίρα βρίσκεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου μήκους  $s = 20\text{m}$  κινούμενη προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου  $v = 5\text{m/s}$ . Η γωνία κλίσεως του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\theta$  με  $\eta\mu\theta = 3/5$ . Αν κατά την κίνηση της σφαίρας υπάρχει τριβή με συντελεστή  $\mu = 3/4$ , σε πόσο χρόνο θα φτάσει στη βάση του επιπέδου; Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $4\text{s}$ )

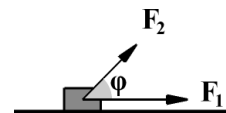
- 5.42** Ο οικοδόμος σπρώχνει το γεμάτο με άμμο καρότσι στον οριζόντιο δρόμο, ασκώντας του οριζόντια δύναμη  $F$  και το μετακινεί με σταθερή ταχύτητα. Αφού αδειάσει την άμμο, συνεχίζει να ασκεί την ίδια δύναμη στο καρότσι, το οποίο αποκτά επιτάχυνση  $a = 4\text{m/s}^2$ . Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι  $\mu = 0,8$ , η μάζα του άδειου καροτσιού  $M = 20\text{kg}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ , να υπολογίσετε την μάζα της άμμου που ξεφορτώθηκε.

(Απ:  $10\text{kg}$ )

- 5.43** Αν  $F_1 = 6\text{N}$ ,  $F_2 = 5\sqrt{2}\text{N}$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 1/5$ , υπολογίστε:

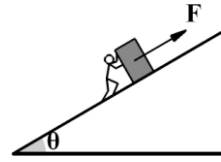
- α.** το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος.  
**β.** την μετατόπιση του στα 10 πρώτα δευτερόλεπτα αν την χρονική στιγμή  $t = 0$  η ταχύτητά του είναι  $4\text{m/s}$ .

Η μάζα του σώματος είναι  $1\text{kg}$ . Δίνονται  $\varphi = 45^\circ$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ .



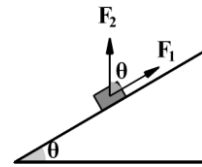
(Απ: **α.**  $10\text{m/s}^2$  **β.**  $540\text{m}$ )

- 5.44** Ο άνθρωπος του σχήματος σπρώχνει το κιβώτιο μάζας  $m = 40\text{Kg}$  προς τα πάνω ασκώντας δύναμη  $F = 370\text{N}$ . Αν στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου το κιβώτιο ήταν ακίνητο, σε πόσο χρόνο και με ποιά ταχύτητα θα φτάσει στην κορυφή του; Δίνεται το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου  $s = 9\text{m}$ , η κλίση του  $\theta = 30^\circ$ , ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου  $\mu = \sqrt{3}/4$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .



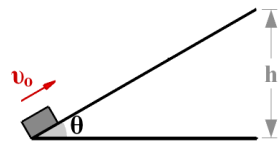
(Απ:  $6\text{s}$  ,  $3\text{m/s}$ )

- 5.45** Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος  $m = 40\text{kg}$  και επιπέδου είναι  $\mu = 0,5$  υπολογίστε το μέτρο της δύναμης  $F_1$  που πρέπει να ασκείται στο σώμα, ώστε να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 10\text{m/s}$ .  
Δίνονται  $\theta = 45^\circ$  ,  $F_2 = 60\sqrt{2}\text{ N}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $160/3\text{ N}$ )

- 5.46** Από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h$  αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα ενώ την ίδια χρονική στιγμή από την βάση του εκτοξεύουμε προς τα πάνω ένα δεύτερο σώμα με αρχική ταχύτητα  $v_0$ . Υπολογίστε το μέτρο της  $v_0$  ώστε τα σώματα να συναντηθούν στο μέσο της διαδρομής ΑΓ.



(Απ:  $\sqrt{gh}$ )



**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.1****Διατήρηση της Μηχανικής Ενέργειας****Απαραίτητες γνώσεις****1. Τι ονομάζουμε ενέργεια;**

Ενέργεια ονομάζουμε το φυσικό μέγεθος που ορίζεται ως το αίτιο για την εκδήλωση δυνάμεων σε ένα σύστημα.

Η ενέργεια εμφανίζεται σε πολλές μορφές. (Δυναμική, κινητική, ηλεκτρική, χημική). Κατά την διάρκεια της εκδήλωσης δυνάμεων, μετασχηματίζεται από την μια μορφή στην άλλη, συνολικά όμως παραμένει αμετάβλητη.

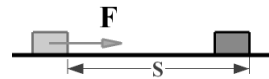
Η μονάδα μέτρησης της ενέργειας είναι το 1 Joule. (1J).

**2. Πως ορίζεται το έργο σταθερής δύναμης  $F$ , που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της στην κατεύθυνσή της, κατά  $S$ ;**

Έργο σταθερής δύναμης  $F$  που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, στην κατεύθυνσή της, κατά  $S$ , ονομάζουμε το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ορίζεται από την σχέση:

$$W = F \cdot S$$

Η μονάδα μέτρησής του είναι το 1 Joule (1J). (  $1J = 1 N \cdot m$  )



Σημείωση: Το έργο στην φυσική δεν έχει καμία σχέση με το έργο ενός ανθρώπου στην καθημερινή ζωή, όπου ο άνθρωπος μπορεί να κουράζεται κάνοντας κάποια δουλειά, (π.χ. κρατώντας ψηλά ένα αντικείμενο ακίνητο), το έργο του όμως από την πλευρά της Φυσικής είναι ίσο με μηδέν.

**3. Πότε μια δύναμη δεν παράγει έργο;**

Το έργο μιας δύναμης είναι μηδέν όταν:

- α. Δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της, ή,
- β. Η δύναμη είναι κάθετη στην μετατόπιση.

Δυνάμεις με μηδενικό έργο είναι, το βάρος του σώματος στην οριζόντια κίνηση, και η κεντρομόλος δύναμη.

Το μηδενικό έργο της κεντρομόλου δύναμης δείχνει πως για να “στρίψει” το κινούμενο αντικείμενο, χρειάζεται να του ασκηθεί κάποια δύναμη, αλλά δεν χρειάζεται να του μεταβιβαστεί ενέργεια.

**4. Σε ποιές περιπτώσεις το έργο μιας δύναμης είναι θετικό (παραγόμενο), και σε ποιές αρνητικό (καταναλισκόμενο);**

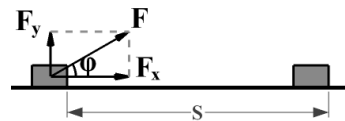
Το έργο μιας δύναμης είναι θετικό, όταν η δύναμη (ή η συνιστώσα της στον άξονα κίνησης του σώματος), έχει την ίδια κατεύθυνση με την μετατόπιση. Σε αυτήν την περίπτωση, αυτός που ασκεί την δύναμη μεταβιβάζει ενέργεια στο σώμα.

Το έργο μιας δύναμης είναι αρνητικό, όταν η δύναμη(ή η συνιστώσα της στον άξονα κίνησης του σώματος), έχει αντίθετη κατεύθυνση από την μετατόπιση. Σε αυτήν την περίπτωση, το σώμα μεταβιβάζει ενέργεια σε αυτόν που ασκεί την δύναμη.

**5. Δύναμη  $F$  μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά  $x$ . Αν η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την μετατόπιση, υπολογίστε το έργο της.**

Αναλύουμε την δύναμη  $F$  σε 2 συνιστώσες.

- $F_x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$ ..πάνω στην διεύθυνση της μετατόπισης
- $F_y = F \cdot \eta\mu\varphi$ ... κάθετη σε αυτήν.



Άρα το έργο της  $F_y$  είναι μηδέν και:

$$W_F = W_{F_x} = F_x \cdot x = F \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \cdot x \quad \Rightarrow \quad W_F = F \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

Σημείωση: Όταν η  $F$  έχει την ίδια κατεύθυνση με την μετατόπιση:

$$\varphi = 0^\circ \text{ και } W_F = F \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu 0^\circ = F \cdot x \cdot 1 = F \cdot x$$

Όταν η  $F$  είναι κάθετη στην μετατόπιση:

$$\varphi = 90^\circ \text{ και } W_F = F \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu 90^\circ = 0$$

6. Πως υπολογίζεται το έργο του βάρους;

- α. Για κατακόρυφη κίνηση ενός αντικειμένου προς τα κάτω.
- β. Για κατακόρυφη κίνηση ενός αντικειμένου προς τα πάνω.
- γ. Για οριζόντια μετατόπιση.
- δ. Για μια τυχαία μετακίνηση ανάμεσα σε 2 σημεία, σε ύψη  $h_1$  και  $h_2$  από μια οριζόντια επιφάνεια.

α. Για κατακόρυφη κίνηση του σώματος προς τα κάτω, κατά  $h$ :

$$W_B = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

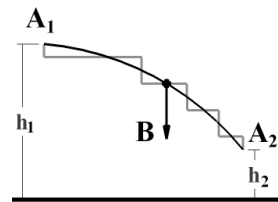
β. Για κατακόρυφη κίνηση του σώματος προς τα πάνω κατά  $h$ :

$$W_B = -B \cdot h = -m \cdot g \cdot h$$

γ. Για οριζόντια μετατόπιση κατά  $S$ :

$$W_B = B \cdot S \cdot \sin 90^\circ = 0.$$

δ. Μια τυχαία μετατόπιση ( $A_1 A_2$ ), μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελείται από στοιχειώδεις οριζόντιες και κατακόρυφες μετατοπίσεις. Έργο έχουμε μόνο στις κατακόρυφες μετατοπίσεις.



Ισχύει:

$$W_B = mg (h_1 - h_2) = mgh$$

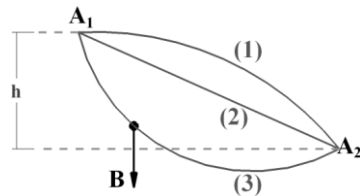
όπου  $h_1$  το αρχικό,  $h_2$  το τελικό ύψος των 2 σημείων από μια οριζόντια επιφάνεια και  $h$  η κατακόρυφη μεταξύ τους απόσταση.

7. Από ποιούς παράγοντες εξαρτάται το έργο του βάρους; Πότε είναι θετικό και πότε αρνητικό;

Το έργο του βάρους για μια μετατόπιση από μια αρχική θέση σε μια τελική, εξαρτάται:

- α. από το βάρος.
- β. από την κατακόρυφη απόσταση  $h$  ανάμεσα στην αρχική και την τελική θέση του σώματος.

Το έργο του βάρους δεν εξαρτάται από την διαδρομή από την αρχική θέση  $A_1$ , ως την τελική  $A_2$ .

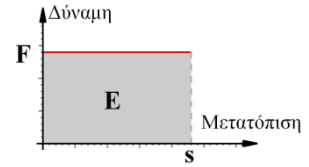


Ισχύει: ( $A_1 \rightarrow A_2$ )  $W_{B(1)} = W_{B(2)} = W_{B(3)} = B \cdot h$

Είναι **θετικό** όταν το αντικείμενο **χάνει** ύψος  
**αρνητικό** όταν **κερδίζει** ύψος.

**8. Να υπολογίσετε το έργο δύναμης  $F$  με την βοήθεια του διαγράμματος δύναμης – απόστασης.**

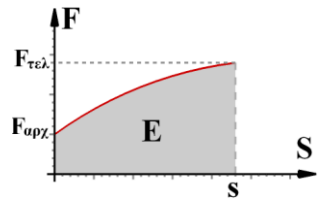
Σταθερή δύναμη  $F$  μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά  $S$ .



Σχεδιάζουμε το διάγραμμα της δύναμης  $F$  σε συνάρτηση με την μετατόπιση  $S$ . Το έργο της είναι ίσο με το σκιασμένο εμβαδόν:

$$W = E = \text{βάση} \cdot \text{ύψος} = F \cdot s$$

Η μέθοδος αυτή, μπορεί να γενικευτεί ακόμη και όταν η δύναμη μεταβάλλεται με την μετατόπιση. Το έργο σε αυτήν την περίπτωση είναι ίσο και πάλι με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.

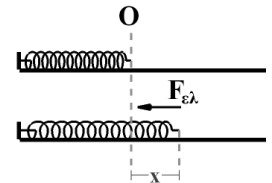


**9 Τι γνωρίζετε για την δύναμη επαναφοράς παραμορφωμένου ελατηρίου; Να υπολογίσετε το έργο της για παραμόρφωση του ελατηρίου κατά  $\Delta l$ , καθώς και την δυναμική ενέργεια παραμορφωμένου ελατηρίου.**

Η δύναμη επαναφοράς παραμορφωμένου ελατηρίου έχει κατεύθυνση προς το φυσικό του μήκος (O), το μέτρο της είναι ανάλογο με την παραμόρφωση και δίνεται από την σχέση:

$$F = k \cdot x \quad \text{όπου: } x \text{ η παραμόρφωση}$$

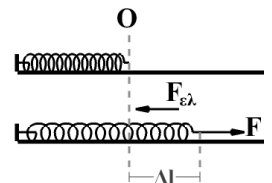
$k$  η σταθερά του ελατηρίου που εξαρτάται από την σκληρότητά του.



Παραμορφώνουμε το ελατήριο του σχήματος δεξιά ασκώντας του δύναμη  $F$  τέτοιο τρόπο ώστε το δεξί του άκρο να μετακινείται ισοταχώς.

$$\text{Άρα } F_{ολ} = 0 \text{ και } F = F_{ελ} = k \cdot x$$

( $x$ : η παραμόρφωση του ελατηρίου).

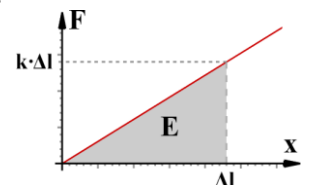


Για παραμόρφωση κατά  $\Delta l$  το έργο της δύναμης  $F$  θα υπολογιστεί με την βοήθεια του διαγράμματος δύναμης – μετατόπισης.

$$x = 0: \quad F = 0$$

$$x = \Delta l: \quad F = k \cdot \Delta l$$

$$\text{Άρα: } W_F = E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot \Delta l^2$$



**10. Πως ορίζεται η κινητική ενέργεια σώματος μάζας m;**

Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας m είναι η ενέργεια που έχει λόγω της κίνησής του και δίνεται από την σχέση:

$$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

όπου m η μάζα του σώματος και v το μέτρο της ταχύτητάς του.

**11. Γιατί έχει ενέργεια ένα σώμα που κινείται; Αναφέρατε παραδείγματα που να επιβεβαιώνουν την πρόταση αυτή.**

Ένα σώμα που κινείται έχει ενέργεια, επειδή έχει την ικανότητα να μεταδώσει κίνηση και να παράγει έργο. Για παράδειγμα, μια κινούμενη σφαίρα έχει την δυνατότητα να συγκρουστεί και να συμπιέσει ένα ελατήριο. Το έργο που εκτελεί μας δίνει την δυνατότητα μέτρησης της κινητικής ενέργειας του σώματος.

**12. Σε αρχικά ακίνητο σώμα μάζας m ασκούμε συνισταμένη δύναμη F και το μετατοπίζουμε κατά x. Αποδείξτε ότι το έργο της δύναμης είναι ίσο με την κινητική ενέργεια που αποκτά τελικά το σώμα.**

Στο σώμα μάζας m του σχήματος ασκείται συνισταμένη δύναμη F και το μετατοπίζει σε χρόνο t κατά x. Το έργο της είναι:



$$W_F = F \cdot x = (m \cdot a) \cdot \frac{1}{2} \cdot at^2 = \frac{1}{2} m \cdot a^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} m \cdot (at)^2 = \frac{1}{2} m v^2 = K$$

όπου K η κινητική ενέργεια που τελικά αποκτά το σώμα.

**13. Διατυπώστε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για σώμα μάζας m, που κινείται υπό την επίδραση κάποιων δυνάμεων.**

Το ολικό έργο των δυνάμεων  $W_{ολ}$  που ασκούνται σε ένα σώμα, είναι ίσο με την μεταβολή της κινητικής του ενέργειας  $\Delta K$ .

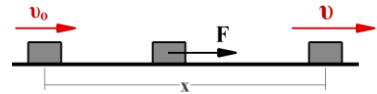
$$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$$

Το παραπάνω θεώρημα δεν αποτελεί ξεχωριστό νόμο, αλλά απορρέει από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής.



14. Σε σώμα μάζας  $m$ , που κινείται με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη  $F$ , έχοντας την κατεύθυνση της ταχύτητας. Με την βοήθεια του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα αποδείξτε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

Σε σώμα μάζας  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $v_0$ , ασκείται συνισταμένη δύναμη  $F$  της ίδιας κατεύθυνσης με  $v_0$  και σε χρόνο  $t$ , το σώμα, αφού έχει μετατοπιστεί κατά  $x$ , έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v$ .



$$\text{Ισχύει: } v = v_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{\alpha}, \text{ οπότε:}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 = v_0 \frac{v - v_0}{\alpha} + \frac{1}{2} \alpha \left( \frac{v - v_0}{\alpha} \right)^2 = \frac{v^2 - v_0^2}{2\alpha}.$$

Το έργο της δύναμης  $F$  είναι:

$$W_F = F \cdot x = m \cdot \alpha \cdot \frac{v^2 - v_0^2}{2\alpha} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow W_F = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$$

15. Υπό ποιές προϋποθέσεις ένα σώμα έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια; Αναφέρατε γεγονότα από την καθημερινή ζωή που να το επιβεβαιώνουν.

Ένα σώμα έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια όταν:

**α.** Έχει βαρυτική αλληλεπίδραση με την Γη.

**β.** Βρίσκεται σε ορισμένο ύψος από μια οριζόντια επιφάνεια, (συνήθως το έδαφος), την οποία αυθαίρετα θεωρούμε ως επίπεδο αναφοράς.

Ένα σώμα που βρίσκεται σε ορισμένο ύψος, έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια, επειδή μπορεί να παράγει έργο. Για παράδειγμα, το νερό που πέφτει από μεγάλο ύψος, μπορεί να θέσει σε λειτουργία τις μηχανές ενός εργοστασίου.

16. Που οφείλεται η ύπαρξη ελαστικής δυναμικής ενέργειας σε ορισμένα σώματα;

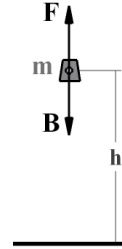
Η ύπαρξη ελαστικής δυναμικής ενέργειας σε ορισμένα σώματα οφείλεται στην ελαστικότητά τους και την ικανότητά τους, όταν παραμορφώνονται να παράγουν έργο, αποκτώντας το αρχικό τους σχήμα (π.χ. λάστιχο, ελατήριο).

17. Σώμα μάζας  $m$  βρίσκεται σε ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Υπολογίστε την δυναμική του ενέργεια.

Η βαρυτική δυναμική ενέργεια  $U$  που έχει ένα σώμα μάζας  $m$ , σε ύψος  $h$  από το έδαφος, είναι ίση με το έργο που δαπανάμε για να φέρουμε το αντικείμενο από το έδαφος στο σημείο αυτό. Η δύναμη που ασκούμε στο σώμα είναι ίση με το βάρος του.

$$(F = B) \quad W_F = F \cdot h = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$\text{Άρα:} \quad U = m \cdot g \cdot h$$



18. Αφού η βαρυτική δυναμική ενέργεια έχει σχέση με την αλληλεπίδραση 2 σωμάτων, γιατί ο τύπος  $U = mgh$  αναφέρεται ουσιαστικά στην δυναμική ενέργεια του σώματος  $m$ , και όχι στην δυναμική ενέργεια του συστήματος σώμα – Γη;

Για ένα σώμα μάζας  $m$  που βρίσκεται σε ύψος  $h$  από την επιφάνεια της Γης, η βαρυτική δυναμική ενέργεια αναφέρεται στο σύστημα σώμα – Γη. Επειδή όμως οι μετακινήσεις του μικρού σώματος δεν επηρεάζουν την κίνηση της Γης, μπορούμε:

- α. να θεωρούμε ένα σύστημα αναφοράς στέρα συνδεδεμένο με την Γη.
- β. να λέμε ότι το σώμα βρίσκεται στο βαρυτικό πεδίο της Γης,
- γ. να αναφερόμαστε σε βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος  $U = mgh$ , όπου  $h$  η κατακόρυφη απόσταση ως προς μια οριζόντια επιφάνεια, την οποία έχουμε θεωρήσει ως επίπεδο αναφοράς.

19. Πως συνδέεται η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας σώματος  $m$ , για την μετατόπισή του ανάμεσα σε 2 σημεία, με το έργο του βάρους του για αυτήν την μετατόπιση;

Όταν ένα αντικείμενο ανυψώνεται, η δυναμική του ενέργεια  $U$  αυξάνεται, ενώ το έργο του βάρους του είναι αρνητικό. Όταν όμως κινείται προς το έδαφος, η δυναμική του ενέργεια ελαττώνεται, ενώ το έργο του βάρους του είναι θετικό. Άρα, για την μετακίνηση του σώματος, η μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας είναι αντίθετη του έργου του βάρους του.

$$\Delta U_{\beta} = -W_{\beta}$$

Απόδειξη:

Έστω ότι ένα σώμα μάζας  $m$  πέφτει κατακόρυφα από το σημείο  $A$  που απέχει απόσταση  $h_1$  από το έδαφος, ως το σημείο  $B$  που απέχει απόσταση  $h_2$  από το έδαφος. Το έργο του βάρους είναι ίσο με:

$$W_B = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2 = -(mgh_2 - mgh_1) = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

Το παραπάνω συμπέρασμα μπορεί να γενικευτεί και να υποστηρίξουμε πως αν μεταξύ 2 σωμάτων υπάρχει αλληλεπίδραση  $F$ , π.χ. βαρυτική ή ηλεκτρική, τότε το έργο της δύναμης αλληλεπίδρασης σε μια μεταβολή, ορίζεται ως η αντίστοιχη διαφορά της δυναμικής ενέργειας κατά την μεταβολή αυτή.  $U_1 - U_2 = W_{F(1 \rightarrow 2)}$

**20. Ελατήριο σταθεράς  $k$  παραμορφώνεται κατά  $x$ . Πως ορίζεται η ελαστική δυναμική του ενέργεια; Που οφείλεται η ύπαρξη τέτοιας μορφής δυναμικής ενέργειας;**

Η ελαστική δυναμική ενέργεια ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , παραμορφωμένου κατά  $x$ , είναι ίση με το έργο που απαιτείται για να παραμορφωθεί και ορίζεται από την σχέση:  $U = \frac{1}{2} k x^2$

Η ελαστική δυναμική ενέργεια ενός σώματος οφείλεται στο γεγονός ότι τα μόρια του παραμορφωμένου σώματος έχουν εκτραπεί από την αρχική θέση ισορροπίας τους, βρίσκονται σε νέες αποστάσεις μεταξύ τους και για να ισορροπήσουν χρειάζεται να ασκούμε εξωτερικές δυνάμεις.

**21. Ποιές δυνάμεις ονομάζουμε συντηρητικές; Να δώσετε παραδείγματα.**

Συντηρητικές (ή διατηρητικές) ονομάζουμε τις δυνάμεις των οποίων το έργο κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι ίσο με μηδέν.

Τέτοιες δυνάμεις είναι το βάρος ενός σώματος και η δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου.

Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης για μετατόπιση του σώματος ανάμεσα σε 2 θέσεις, εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση και όχι από την διαδρομή που ακολουθεί το σώμα. Είναι ίσο με την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος ή του συστήματος σωμάτων που ασκείται.  $W = -\Delta U$ .

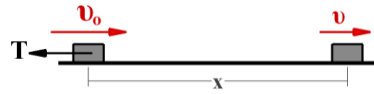
**22. Ποιές δυνάμεις ονομάζουμε μη συντηρητικές; Να δώσετε παραδείγματα.**

Μη συντηρητικές ονομάζουμε τις δυνάμεις των οποίων το έργο κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής δεν είναι ίσο με μηδέν.

Παράδειγμα μη συντηρητικής δύναμης είναι η τριβή.

Το έργο της τριβής είναι πάντοτε αρνητικό, άρα αποκλείεται για μια κλειστή διαδρομή να είναι ίσο με μηδέν. ( $W_T = -T \cdot x$ )

Το έργο μιας μη συντηρητικής δύναμης εξαρτάται όχι μόνο από την αρχική και την τελική θέση, αλλά και από την διαδρομή που ακολουθεί το σώμα.



**23. Πως ορίζεται η μηχανική ενέργεια  $E_{\mu}$ ;**

Η μηχανική ενέργεια  $E$  ορίζεται ως το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής ενέργειας:  $E = U + K$

**24. Υπό ποια προϋπόθεση διατηρείται η μηχανική ενέργεια ενός σώματος;**

Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος παραμένει σταθερή, ασκούνται σ' αυτό συντηρητικές δυνάμεις και δυνάμεις των οποίων η κατεύθυνση είναι συνεχώς κάθετη στην μετατόπιση.

**25. Αποδείξτε ότι αν σε ένα σώμα ασκείται έργο μόνο από τις εσωτερικές συντηρητικές δυνάμεις, το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας παραμένει σταθερό.**

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος είναι:  $\Delta K = W_{\text{ολ}}$  όπου  $W_{\text{ολ}}$  το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος είναι:  $\Delta U = -W_{\delta}$  όπου  $W_{\delta}$  το έργο των συντηρητικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.

Αν στο σώμα ασκούνται μόνο εσωτερικές συντηρητικές δυνάμεις, τότε:

$$W_{\text{ολ}} = W_{\delta} \quad \text{οπότε:}$$

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = -(U_{\text{τελ}} - U_{\text{αρχ}}) \Rightarrow K_{\text{αρχ}} + U_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} + U_{\text{τελ}}$$

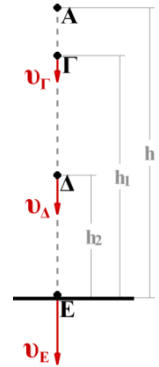
Τα παραπάνω δείχνουν πως το άθροισμα της δυναμικής και κινητικής ενέργειας του σώματος, η μηχανική του ενέργεια, παραμένει σταθερή.

26. Εφαρμόστε με κατάλληλες σχέσεις την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για σώμα μάζας  $m$  που αφήνεται από ύψος  $h$  από το έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα να θεωρηθούν αμελητέες.

Αφήνουμε ένα σώμα μάζας  $m$ , από ένα σημείο  $A$ , σε ύψος  $h$  από το έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται και ως επίπεδο αναφοράς της δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα, το βάρος, είναι συντηρητική.

Άρα η μηχανική ενέργεια του σώματος παραμένει σταθερή.



Στο σημείο <b>A</b> :	$U_A = mgh$	$K_A = 0$	$E_A = mgh$
Στο σημείο <b>Γ</b> :	$U_Γ = mgh_1$	$K_Γ = \frac{1}{2} mv_Γ^2$	$E_Γ = mgh_1 + \frac{1}{2} mv_Γ^2$
Στο σημείο <b>Δ</b> :	$U_Δ = mgh_2$	$K_Δ = \frac{1}{2} mv_Δ^2$	$E_Δ = mgh_2 + \frac{1}{2} mv_Δ^2$
Στο σημείο <b>E</b> :	$U_E = 0$	$K_E = \frac{1}{2} mv_E^2$	$E_E = \frac{1}{2} mv_E^2$

Ισχύει:

$$E_A = E_Γ = E_Δ = E_E$$

ή

$$mgh = mgh_1 + \frac{1}{2} mv_Γ^2 = mgh_2 + \frac{1}{2} mv_Δ^2 = \frac{1}{2} mv_E^2$$

27. Πότε μεταβάλλεται η μηχανική ενέργεια ενός σώματος;

Η μηχανική ενέργεια ενός σώματος μεταβάλλεται, όταν ασκούνται σε αυτό μη συντηρητικές δυνάμεις και το έργο τους δεν είναι ίσο με μηδέν.

Σε κλειστά συστήματα σωμάτων η ορμή διατηρείται, ακόμη και όταν μεταβάλλεται η συνολική μηχανική ενέργεια.

28. Αναφέρατε παραδείγματα φυσικών φαινομένων στα οποία ελαττώνεται η μηχανική ενέργεια ενός αρχικού συστήματος σωμάτων.

α. Το αυτοκίνητο που κατρακυλά με σβηστή την μηχανή στην κατηφόρα.

β. Το μπαλάκι του τένις, αφού κάνει αρκετές αναπηδήσεις στο έδαφος, στην συνέχεια ηρεμεί.

γ. Το αυτοκίνητο που σταματά στον δρόμο, μετά από φρενάρισμα.

Συχνά αντιλαμβανόμαστε την ελάττωση της μηχανικής ενέργειας ενός σώματος, παρατηρώντας την αύξηση της θερμοκρασίας του.

**29. Είναι σωστό να λέμε ότι στα φαινόμενα της προηγούμενης ερώτησης η ενέργεια χάθηκε; Τι συμβαίνει στην πραγματικότητα;**

Όταν η μηχανική ενέργεια ενός σώματος ελαττώνεται, συνήθως έχουμε μετατροπή της σε μιας άλλης μορφής ενέργεια, την θερμότητα. Το έργο της τριβής σε κάθε περίπτωση είναι ίσο με την ποσότητα της μηχανικής ενέργειας που έγινε θερμότητα.

**30. Πως ορίζεται η μέση ισχύς; Ποιά είναι η μονάδα μέτρησής της;**

Η μέση ισχύς μιας μηχανής ορίζεται από το πηλίκο του έργου  $W$  που παράγει σε χρόνο  $t$  προς τον χρόνο αυτό.

$$P = \frac{W}{t}$$

Η ισχύς  $P$  εκφράζει τον ρυθμό με τον οποίο παράγει έργο η μηχανή.

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος  $P$  στο S.I. είναι το 1 Watt (1 W).

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{s}}$$

Άλλες μονάδες μέτρησης της ισχύος είναι:

$$1 \text{ kW} = 1000 \text{ W}$$

$$1 \text{ MW} = 1000 \text{ kW} = 10^6 \text{ W}$$

$$1 \text{ HP} = 745.7 \text{ W (ίππος)}$$

Αφού κατά την διάρκεια λειτουργίας της μηχανής η ενέργεια μετατρέπεται από την μια μορφή στην άλλη, η ισχύς εκφράζει τον ρυθμό της μεταβολής αυτής.

**31. Τι είναι η στιγμιαία και τι η μέση ισχύς;**

Η ισχύς που υπολογίζεται για μια χρονική περίοδο  $\Delta t$  είναι η μέση ισχύς. Αν όμως το  $\Delta t$  τείνει στο μηδέν, τότε αναφερόμαστε σε μια χρονική στιγμή και είναι η Στιγμιαία ισχύς.

**32. Υπολογίστε την ισχύ σταθερής δύναμης  $F$  που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της με σταθερή ταχύτητα  $v$  στην κατεύθυνσή της.**

Έστω ότι η σταθερή δύναμη  $F$  μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά  $x$  σε χρόνο  $t$ .

Ισχύει: 
$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot x}{t} = F \cdot v$$

Αν η  $F$  σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με την κατεύθυνσή της:  $P = F \cdot v \cdot \cos \varphi$

## ΕΡΓΟ ΔΥΝΑΜΗΣ F

### Ερωτήσεις

**1.1** Η μονάδα μέτρησης του έργου είναι το 1Joule.

1Joule είναι:

- α.** 1 N/m                      **β.** 1 N·m                      **γ.** 1 N/m<sup>2</sup>                      **δ.** 1 N·m<sup>2</sup>

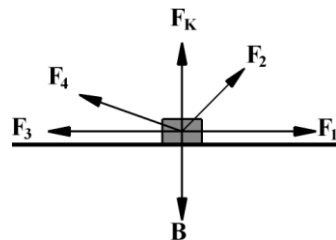
**1.2** Σε ποιές περιπτώσεις μια δύναμη δεν παράγει έργο;

- α.** Όταν είναι κάθετη στην μετατόπιση του σώματος.  
**β.** Όταν έχει αντίθετη κατεύθυνση απ' αυτήν της μετατόπισης του σώματος.  
**γ.** Όταν μετακινεί ελάχιστα το σημείο εφαρμογής της.  
**δ.** Όταν δεν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της.

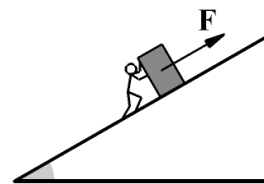
**1.3** Σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις το έργο της δύναμης είναι μηδέν;

- α.** Το βάρος ενός αυτοκινήτου που κινείται σε οριζόντιο δρόμο.  
**β.** Η τριβή που αναπτύσσεται κατά την κίνηση ενός αυτοκινήτου σε ανηφορικό δρόμο.  
**γ.** Η δύναμη του νήματος στο εκκρεμές.  
**δ.** Η έλξη της Γης στην Σελήνη.  
**ε.** Το βάρος της μπάλας που πέφτει από το 2<sup>ο</sup> όροφο ενός σπιτιού, στο έδαφος.

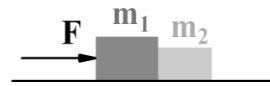
**1.4** Το σώμα του οχήματος μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Ποιες από τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό έχουν θετικό, ποιές αρνητικό και ποιές μηδενικό έργο;



**1.5** Ο εργάτης του σχήματος σπρώχνει προς τα πάνω ένα κιβώτιο, οδηγώντας το στην κορυφή. Ανάμεσα στο κιβώτιο και την επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου υπάρχει τριβή. Ποιές από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα εκτελούν θετικό έργο, ποιές αρνητικό και ποιές μηδενικό;



**1.6** Ασκούμε στο σώμα  $m_1$ , σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ . Ανάμεσα στις επιφάνειες των σωμάτων και το οριζόντιο επίπεδο υπάρχει τριβή.



Καθώς τα σώματα μετακινούνται:

- α.** Ποιές δυνάμεις ασκούνται στο σώμα μάζας  $m_1$ ;
- β.** Ποιές δυνάμεις ασκούνται στο σώμα  $m_2$ ;
- γ.** Ποιές από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  $m_1$  κάνουν θετικό, ποιές αρνητικό και ποιές μηδενικό έργο;
- δ.** Ποιες από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα  $m_2$ , κάνουν θετικό, ποιές αρνητικό και ποιές μηδενικό έργο;

**1.7** Σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις μια δύναμη κάνει αρνητικό έργο;

- α.** Το βάρος του ανθρώπου που ανεβαίνει σε μια σκάλα.
- β.** Το έργο της δύναμης του κινητήρα ενός αυτοκινήτου, όταν ο οδηγός του πατά φρένο.
- γ.** Η τριβή στην κίνηση ενός αυτοκινήτου.
- δ.** Η άνωση του καραβιού, καθώς αυτό βυθίζεται.

**1.8** Αντιστοιχίστε σωστά τις κινήσεις της αριστερής στήλης, με το πρόσημο του έργου του βάρους στην δεξιά:

- |   |                   |
|---|-------------------|
| <b>1.</b> Ο ορειβάτης ανεβαίνει στο βουνό       | <b>α.</b> $W > 0$ |
| <b>2.</b> Ο παγοδρόμος κινείται στην πίστα      | <b>β.</b> $W < 0$ |
| <b>3.</b> Ο αλεξιπτωτιστής πλησιάζει στο έδαφος | <b>γ.</b> $W = 0$ |

**1.9** Ο Πύρρος Δήμας είναι ο παγκόσμιος πρωταθλητής και ολυμπιονίκης στην άρση βαρών. Πότε παράγει έργο;

- α.** Όταν ανυψώνει τα βάρη από το έδαφος;
- β.** Όταν κρατά ψηλά τα βάρη, διατηρώντας τα χέρια τεντωμένα;

**1.10** Η δύναμη  $F = 100\text{N}$  μετακινεί το σώμα μάζας  $m$  σε οριζόντιο δρόμο κατά  $10\text{m}$ . Η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση της δύναμης  $F$  με την μετατόπιση είναι  $60^\circ$ .

**I.** Το έργο της δύναμης  $F$  για αυτήν την μετατόπιση είναι:

- α.**  $1000\text{ J}$
- β.**  $500\text{ J}$
- γ.** μηδέν
- δ.**  $-1000\text{ J}$

**II.** Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, το έργο της τριβής είναι ίσο με .....  $\text{J}$

**III.** Το έργο της δύναμης στήριξης του εδάφους στο σώμα είναι ίσο με .....  $\text{J}$



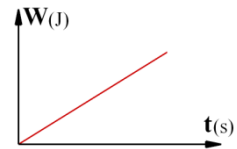
- 1.11** Σε σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $F = 25\text{N}$ , που το μετακινεί κατά  $x = 10\text{m}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$  και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται:
- I.** Το βάρος του σώματος έχει μέτρο . . . . . N
  - II.** Η δύναμη στήριξης του εδάφους έχει μέτρο . . . . . N
  - III.** Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και στην επιφάνεια του σώματος είναι  $\mu = 0.5$ , η τριβή που ασκείται στο σώμα έχει μέτρο . . . . . N.
  - IV.** Αντιστοιχίστε σωστά τις δυνάμεις, με τα έργα τους.

- |                    |                  |
|--------------------|------------------|
|                    | <b>α.</b> 0 J    |
| <b>1.</b> Δύναμη F | <b>β.</b> 100 J  |
| <b>2.</b> Τριβή T  | <b>γ.</b> -100 J |
| <b>3.</b> Βάρος B  | <b>δ.</b> 250 J  |
|                    | <b>ε.</b> -250 J |

**V.** Το ολικό έργο των δυνάμεων είναι:

- |                 |                 |                 |                 |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>α.</b> 150 J | <b>β.</b> 250 J | <b>γ.</b> 350 J | <b>δ.</b> μηδέν |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

- 1.12** Ασκούμε οριζόντια δύναμη  $F$  σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα, μετατοπίζοντάς το σε οριζόντιο επίπεδο. Το έργο που παράγει η δύναμη, μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα.



**I.** Τι είδους κίνηση εκτελεί το κινητό;

- α.** Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
- β.** Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.
- γ.** Ομαλή κυκλική κίνηση.

**II.** Γιατί είναι σίγουρο ότι ανάμεσα στο έδαφος και στην επιφάνεια του σώματος αναπτύσσεται τριβή;

- 1.13** Σε σώμα  $m$  που κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή δύναμη  $F = 10\text{N}$ . Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά  $4\text{m}$ , το έργο της δυνάμεως αποκλείεται να είναι:

- |                 |                 |                |                |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|
| <b>α.</b> -20 J | <b>β.</b> μηδέν | <b>γ.</b> 40 J | <b>δ.</b> 50 J |
|-----------------|-----------------|----------------|----------------|

- 1.14** Δύναμη  $F = 10\text{N}$ , μετατοπίζει ένα αρχικά ακίνητο σώμα κατά  $x = 5\text{m}$ .

Το έργο της δύναμης είναι:

- |                                       |                |                 |
|---------------------------------------|----------------|-----------------|
| <b>α.</b> μηδέν                       | <b>β.</b> 50 J | <b>γ.</b> -50 J |
| <b>δ.</b> δεν μπορούμε να απαντήσουμε |                |                 |

- 1.15** Σε ποιές από τις παρακάτω κινήσεις το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων είναι ίσο με μηδέν;  
**α.** Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.                      **γ.** Ομαλή κυκλική κίνηση.  
**β.** Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.                **δ.** Κατακόρυφη πτώση.
- 1.16** Είναι δυνατόν το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται σ' ένα σώμα να είναι ίσο με μηδέν και η ταχύτητα να μεταβάλλεται; Αν ναι, αναφέρατε ένα παράδειγμα.
- 1.17** Σε σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται σταθερή οριζόντια συνισταμένη δύναμη  $F$ . Ποιό από τα διαγράμματα παριστάνει το έργο της δύναμης  $F$  σε συνάρτηση με τον χρόνο;



**α.**



**β.**



**γ.**



**δ.**

- 1.18** Το σώμα της προηγούμενης ερώτησης μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$ . Αν στην κίνηση του αναπτύσσεται τριβή ανάμεσα στο έδαφος και την επιφάνεια του σώματος:  
**α.** Το έργο της δύναμης  $F$  είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο έργο αν δεν υπήρχε τριβή.  
**β.** Το έργο της δύναμης  $F$  είναι μικρότερο απ' το αντίστοιχο έργο αν δεν υπήρχε τριβή.  
**γ.** Το έργο της δύναμης  $F$  είναι το ίδιο και στις 2 περιπτώσεις.

### Προβλήματα

- 1.19** Δύναμη  $F = 100\text{N}$  μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της κατά  $\Delta l = 8\text{m}$ . Το έργο που παράγει τότε είναι  $400\text{J}$ . Να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζει η κατεύθυνση της δύναμης  $F$  με την κατεύθυνση της μετατόπισης.

(Απ:  $60^\circ$ )

- 1.20** Ο γερανός ανυψώνει κατακόρυφα κιβώτιο μάζας  $m = 200\text{kg}$  με σταθερή ταχύτητα  $0.8\text{m/s}$ . Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$  και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται, υπολογίστε:

- α.** Την μετατόπιση του κιβωτίου σε χρόνο  $t = 3\text{s}$ .  
**β.** Το έργο της ανυψωτικής δύναμης του γερανού, καθώς και το έργο του βάρους για αυτήν την μετατόπιση.

(Απ: **α.**  $2.4\text{m}$  **β.**  $4800\text{J}$ ,  $-4800\text{J}$ )

- 1.21** Το σώμα  $m = 2\text{kg}$  του σχήματος κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω, υπό την επίδραση κατακόρυφης δύναμης  $F$  με σταθερή επιτάχυνση  $a = 1\text{m/s}^2$ . Αν η αρχική του ταχύτητα είναι ίση με μηδέν, υπολογίστε το έργο της δύναμης  $F$  που ασκείται στο σώμα.



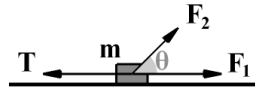
**α.** Για μετατόπιση  $x = 5\text{m}$ .

**β.** Για την ανύψωση του σώματος στα πρώτα 2s.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.** 110J **β.** 44J)

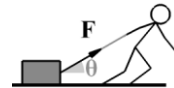
- 1.22** Το σώμα  $m = 2\text{kg}$  του σχήματος, μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και την επιφάνεια του είναι  $\mu = 0.4$ . Υπολογίστε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα για μετατόπιση  $x = 4\text{m}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ .



Δίνονται:  $F_2 = 10\sqrt{2}\text{ N}$ ,  $F_1 = 20\text{ N}$ ,  $\theta = 45^\circ$ .

(Απ:  $W_{F1} = 80\text{J}$ ,  $W_{F2} = 40\text{J}$ ,  $W_T = -16\text{J}$ ,  $W_B = W_N = 0$ )

- 1.23** Ο εργάτης του σχήματος σέρνει το κιβώτιο μάζας  $m = 40\text{kg}$  σε οριζόντιο επίπεδο προς τα δεξιά, με σταθερή δύναμη μέτρου  $F$  που σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία  $\theta$ . Ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και στην επιφάνεια του κιβωτίου είναι  $\mu = 0.5$ . Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα ομαλά με ταχύτητα μέτρου  $v = 0,6\text{m/s}$ . Υπολογίστε:



**α.** Το μέτρο της δύναμης  $F$ .

**β.** Το έργο της δύναμης  $F$ , καθώς και το έργο της τριβής σε 20s.

**γ.** Το ολικό έργο σε χρόνο  $t = 8\text{s}$ .

Δίνεται:  $g = 10\text{ m/s}^2$ ,  $\eta\mu\theta = 4/5$ ,  $\sigma\upsilon\eta\theta = 3/5$ .

(Απ: **α.** 200N **β.** 1440J, -1440J **γ.** μηδέν)

- 1.24** Σε σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη  $F$ , της οποίας το έργο μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα σχέση:  $W = 4t^2$ .

**α.** Υπολογίστε το έργο της δύναμης σε 2 δευτερόλεπτα.

**β.** Αν η μάζα του σώματος είναι 2kg υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται.

(Απ: **α.** 16J **β.**  $2\text{m/s}^2$ )

- 1.25** Ο εργάτης σπρώχνει το κιβώτιο του σχήματος προς τα δεξιά, ασκώντας του οριζόντια δύναμη  $F$ . Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στο έδαφος και την επιφάνεια του κιβωτίου είναι  $\mu = 0.5$  και το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο για μετατόπιση  $\Delta x = 5\text{m}$  είναι  $100\text{J}$ , υπολογίστε το έργο της δύναμης του εργάτη για αυτήν τη μετατόπιση. Δίνονται, η μάζα του κιβωτίου  $m = 20\text{kg}$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $600\text{J}$ )

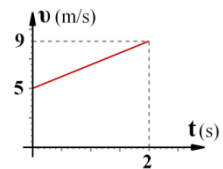
- 1.26** Ένας μικρός μαθητής μάζας  $m = 40\text{kg}$  βρίσκεται μέσα σε ασανσέρ το οποίο κινείται προς τα πάνω.

Για μετατόπιση του ασανσέρ κατά  $h = 2\text{m}$ , υπολογίστε:

- α.** Το έργο του βάρους του παιδιού, καθώς και το έργο της δύναμης που του ασκεί το δάπεδο του ασανσέρ στις παρακάτω περιπτώσεις:
  - β.** Το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $1\text{m/s}$ .
  - γ.** Το ασανσέρ ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 0.5\text{m/s}^2$ .
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

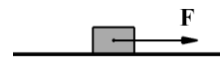
(Απ: **α.**  $W_B = -800\text{J}$ ,  $W_{F_k} = 800\text{J}$  **β.**  $W_B = -800\text{J}$ ,  $W_{F_k} = 840\text{J}$ )

- 1.27** Η ταχύτητα μιας μικρής σφαίρας μεταβάλλεται σύμφωνα με το διάγραμμα. Αν συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτήν έχει μέτρο  $F = 20\text{N}$ , υπολογίστε το έργο της στα πρώτα  $2\text{s}$  της κίνησης της.



(Απ:  $280\text{J}$ )

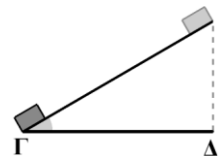
- 1.28.** Στο αρχικά ακίνητο σώμα του σχήματος ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη  $F$ , επί χρόνο  $t = 10\text{s}$ , παράγοντας έργο  $W$ . Αν όμως το σώμα κινούνταν αρχικά με ταχύτητα  $v_0 = 2\text{m/s}$ , της ίδιας κατεύθυνσης, το έργο της  $F$  στο ίδιο χρονικό διάστημα θα ήταν κατά  $60\text{J}$  περισσότερο. Υπολογίστε το μέτρο της  $F$ .



(Απ:  $3\text{N}$ )

- 1.29** Υπολογίστε το έργο της τριβής, για μετακίνηση σώματος βάρους  $B = 10\text{N}$  από την κορυφή ως την βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνονται:  $\Gamma\Delta = 4\text{m}$  και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα και την επιφάνεια του επιπέδου,  $\mu = 0.8$ .



(Απ:  $32\text{J}$ )

- 1.30** Υπολογίστε το έργο της σταθερής συνισταμένης δύναμης  $F = 10\text{N}$  που μετακινεί αρχικά ακίνητο σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  σε οριζόντιο επίπεδο:
- α.** Στα πρώτα  $2\text{s}$ .
  - β.** Στην διάρκεια του  $2^{\text{ου}}$  sec.
- (Απ: 50J , 37.5J)*
- 1.31** Η εξίσωση ευθύγραμμης κίνησης ενός σημειακού αντικειμένου δίνεται από την σχέση:  $x = 1,5t^2$ . Αν η μάζα του είναι  $m = 2\text{kg}$ , υπολογίστε:
- α.** Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα.
  - β.** Το έργο της στα πρώτα  $4\text{s}$  της κίνησης.
- (Απ: α. 6N β. 144J)*
- 1.32** Οριζόντια δύναμη  $F = 2x + 10$  (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας  $m$  σε οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το έργο της για μετατόπιση:
- α.**  $x = 5\text{m}$
  - β.**  $x = 10\text{m}$
- (Απ: 75J , 200J)*
- 1.33.** Οριζόντια δύναμη  $F = 4x + 40$  (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$  από τη θέση  $x = 0$  ως τη θέση  $x = 5\text{m}$ . Για τη μετατόπιση αυτή υπολογίστε το έργο της  $F$  καθώς και το έργο της τριβής. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .
- (Απ: 250J , -100J)*
- 1.34** Οριζόντια δύναμη  $F = 20 - 2x$  (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας  $m$  σε οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το έργο της από τη θέση  $x = 0$  μέχρι όπου η τιμή της  $F$  μηδενίζεται.
- (Απ: 100J)*
- 1.35** Οριζόντια δύναμη  $F = 10 - x$  (S.I.) μετατοπίζει σώμα μάζας  $m$  σε οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε το έργο της για μετατόπιση:
- α.**  $x = 12\text{m}$
  - β.**  $x = 20\text{m}$ .
- (Απ: 48J , μηδέν)*

## ΘΕΩΡΗΜΑ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### Ερωτήσεις

**2.1** Η κινητική ενέργεια σώματος μάζας 400g που κινείται με ταχύτητα μέτρου 2m/s, είναι:

- α.** 800 J                      **β.** 0,8 J                      **γ.** 400 J                      **δ.** 8 J

**2.2** **I.** Αν διπλασιάσουμε το μέτρο της ταχύτητας ενός σημειακού αντικειμένου, η κινητική του ενέργεια:

- α.** θα διπλασιαστεί                      **γ.** θα τετραπλασιαστεί  
**β.** θα οχταπλασιαστεί                      **δ.** θα παραμείνει αμετάβλητη.

**II.** Προκειμένου να ελαττωθεί στο μισό η κινητική ενέργεια σημειακού αντικειμένου που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $v$ , η νέα του ταχύτητα θα πρέπει να έχει μέτρο:

- α.**  $v$                       **β.**  $v/2$                       **γ.**  $v\sqrt{2}$                       **δ.**  $v/\sqrt{2}$

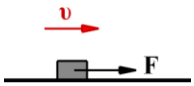
**2.3** Ποιά από τα παρακάτω φυσικά μεγέθη είναι μονόμετρα και ποιά διανυσματικά;

- α.** ταχύτητα                      **γ.** επιτάχυνση                      **ε.** δύναμη  
**β.** έργο                      **δ.** ορμή                      **στ.** κινητική ενέργεια

**2.4** Να αντιστοιχίσετε σωστά την σχέση συνισταμένης δύναμης – ταχύτητας που αναγράφεται στην αριστερή στήλη, με τις μεταβολές της κινητικής ενέργειας στην δεξιά:

- |  |  |
|--|--|
| <b>1.</b> Η συνισταμένη δύναμη έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας.            | <b>α.</b> Η κινητική ενέργεια του σώματος παραμένει σταθερή. |
| <b>2.</b> Η συνισταμένη δύναμη και η ταχύτητα, έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. | <b>β.</b> Η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.         |
| <b>3.</b> Η συνισταμένη δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα.                   | <b>γ.</b> Η κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται.         |

2.5 Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά:

Στο σχήμα, το σημειακό αντικείμενο μάζας  $m$ , κινείται  προς τα δεξιά, ενώ η συνισταμένη δύναμη που ασκείται σ' αυτό, έχει την ίδια . . . . . με την ταχύτητά του. Η επιτάχυνση που αποκτά τότε, έχει . . . . . αλγεβρική τιμή, ενώ η κινητική του ενέργεια . . . . . Στην περίπτωση αυτή μεταβιβάζεται ενέργεια από το . . . . . στο . . . . . Για να έχουμε μεταβίβαση ενέργειας από το . . . . . στο . . . . ., η δύναμη  $F$  θα πρέπει να έχει αντίθετη . . . . . σε σχέση με την ταχύτητα. Σε αυτή την περίπτωση το έργο της είναι . . . . ., ενώ η κινητική ενέργεια του σώματος . . . . .

2.6 Το μπαλάκι του γκολφ, κινείται ευθύγραμμα ομαλά, χτυπά ελαστικά σ' έναν τοίχο και επιστρέφει προς τα πίσω, με το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Αν η αρχική του κινητική ενέργεια είναι  $10\text{J}$ , τότε η κινητική ενέργεια που θα έχει μετά την κρούση είναι:

α.  $10\text{J}$

β.  $-10\text{J}$

γ. μηδέν

2.7 Τα σημειακά αντικείμενα  $m_1 = 2\text{kg}$  και  $m_2 = 3\text{kg}$  κινούνται με ταχύτητες μέτρων  $v_1 = 4\text{m/s}$  και  $v_2 = 3\text{m/s}$ . Θεωρήστε ότι το  $m_2$  κινείται προς την θετική φορά του άξονα  $x$ .



I. Η κινητική ενέργεια του  $m_1$  είναι . . . . . J

II. Η κινητική ενέργεια του  $m_2$  είναι . . . . . J

III. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των  $m_1, m_2$ , είναι:

α. μηδέν

β.  $59/2\text{J}$

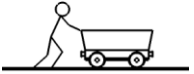
γ.  $5/2\text{J}$

δ.  $-5/2\text{J}$

2.8 Είναι δυνατόν η ολική ορμή ενός συστήματος σωμάτων να είναι ίση με μηδέν και η ολική κινητική ενέργεια διαφορετική του μηδενός; Αν ναι δώστε ένα παράδειγμα που να το επιβεβαιώνει.

2.9 Είναι δυνατόν να μεταβάλλεται η ταχύτητα ενός σώματος, αλλά να διατηρείται σταθερή η κινητική του ενέργεια;

2.10 Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Ο αχθοφόρος ωθεί το βαγονάκι προς τα δεξιά σε λεία  οριζόντια επιφάνεια. Αν το μέτρο της οριζόντιας δύναμής του είναι  $100\text{N}$  και το καρότσι μετατοπίζεται κατά . . . . . m, η . . . . . ενέργεια που κατανάλωσε ο εργάτης είναι  $800\text{J}$ . Αν η μάζα του καροτσιού είναι  $64\text{kg}$ , το μέτρο της ταχύτητάς του στο τέλος της μετατόπισης είναι . . . . . m/s.

2.11 Σημειακό αντικείμενο  $m = 2\text{kg}$ , αρχικά ακίνητο,



μετατοπίζεται προς τα δεξιά υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $F = 200\text{N}$  που ασκεί σ' αυτό κάποιο εξωτερικό αίτιο. Η τριβή που αντιστέκεται στην κίνηση του έχει μέτρο  $T = 120\text{N}$ . Για μετατόπιση του σώματος κατά  $2\text{m}$ :

- α. Το έργο της δύναμης  $F$  είναι . . . . . J
- β. Το έργο της τριβής  $T$  είναι . . . . . J
- γ. Το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι . . . . . J
- δ. Η χημική ενέργεια που κατανάλωσε το εξωτερικό αίτιο για την κίνηση του σώματος είναι . . . . . J
- ε. Η τελική κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα είναι . . . . . J

**2.12** Η κινητική ενέργεια του συστήματος 2 σωμάτων είναι ίση με μηδέν. Τι μπορεί να συμβαίνει;

- α. Τα 2 σώματα είναι ακίνητα.
- β. Τα 2 σώματα έχουν ταχύτητες ίσου μέτρου αλλά αντίθετων κατευθύνσεων.
- γ. Τα 2 σώματα έχουν ορμές ίσου μέτρου αλλά αντίθετων κατευθύνσεων.
- δ. Τα δύο σώματα έχουν κινητικές ενέργειες ίσου μέτρου αλλά αντίθετων κατευθύνσεων.

**2.13** Σταθερή δύναμη  $F$  ασκείται σε αρχικά ακίνητο σώμα που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο και το μετατοπίζει κατά  $\Delta x$ . Στο τέλος της διαδρομής αυτής το σώμα έχει αποκτήσει κινητική ενέργεια  $K$  και ταχύτητα μέτρου  $v$ . Αν για την ίδια μετατόπιση ασκούταν δύναμη  $F' = 4F$ , τότε:

- I. Η κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει το σώμα θα είναι:
  - α.  $K' = K$                       β.  $K' = 2K$                       γ.  $K' = 4K$                       δ.  $K' = 8K$
- II. Το μέτρο της ταχύτητας που θα αποκτήσει το σώμα θα είναι:
  - α.  $v' = v$                       β.  $v' = 2v$                       γ.  $v' = 4v$                       δ.  $v' = 8v$

**2.14** Ο μικρός Πέτρος αφήνει την μπάλα του από το μπαλκόνι να πέσει στο έδαφος. Ο πατέρας του, την φέρνει πάλι στο σπίτι, αλλά ο Πέτρος την δεύτερη φορά την σπρώχνει από το μπαλκόνι δίνοντας της την αρχική ταχύτητα  $v_0$  με κατεύθυνση προς τα κάτω. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.

- I. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας της μπάλας:
  - α. Είναι μεγαλύτερη στην πρώτη περίπτωση απ' ότι στην δεύτερη.
  - β. Είναι μικρότερη στην πρώτη περίπτωση απ' ότι στην δεύτερη.
  - γ. Είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.
- II. Η τελική κινητική ενέργεια της μπάλας:



- α. Είναι μεγαλύτερη στην πρώτη περίπτωση απ' ό τι στην δεύτερη  
 β. Είναι μικρότερη στην πρώτη περίπτωση απ' ό τι στην δεύτερη.  
 γ. Είναι ίδια και στις δύο περιπτώσεις.

**2.15** Σώμα αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.

**I.** Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα περιγράφει την μεταβολή της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με τον χρόνο;



α.



β.



γ.



δ.



ε.

**II.** Ποιό από τα παραπάνω διαγράμματα περιγράφει την μεταβολή της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με το τετράγωνο του χρόνου;

**2.16** Σε σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη. Ποιό από τα παρακάτω διαγράμματα περιγράφει την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με την μετατόπιση;



α.



β.



γ.



δ.

### Προβλήματα

**2.17** Ένα αυτοκίνητο μάζας  $m = 1200\text{kg}$  κινείται με ταχύτητα  $v = 72\text{km/h}$ . Υπολογίστε την κινητική του ενέργεια.

(Απ:  $240.000\text{J}$ )

**2.18** Η κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι  $50\text{J}$  και η ορμή του  $10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ . Να υπολογιστεί η μάζα του και η ταχύτητα του.

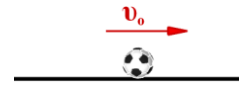
(Απ:  $1\text{kg}$  ,  $10\text{m/s}$ )

**2.19** Σε σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 2\text{kg}$ , που κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 2\text{m/s}$  ασκείται συνισταμένη δύναμη  $F = 20\text{N}$ , παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

**α.** Υπολογίστε την ταχύτητά του μετά από μετατόπιση  $x = 3\text{m}$ .

**β.** Πόσο θα πρέπει να μετατοπιστεί ώστε να αποκτήσει ταχύτητα  $v = 6\text{m/s}$ ;  
(Απ: **α.**  $8\text{m/s}$  **β.**  $1.6\text{m}$ )

**2.20** Στην μπάλα μάζας  $m = 0,5\text{kg}$  του σχήματος που κινείται με ταχύτητα  $v = 30\text{m/s}$  σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται συνισταμένη δύναμη  $F = 4\text{N}$  αντίρροπη της ταχύτητας (τριβή, αντιστάσεις αέρα).



**α.** Ποιά θα είναι η ταχύτητά της μετά από μετατόπισή της  $x = 31,25\text{m}$ ;

**β.** Ποιά θα είναι ολική της μετατόπιση μέχρι να σταματήσει;

(Απ: **α.**  $20\text{m/s}$  **β.**  $56.25\text{m}$ )

**2.21** Στο σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$  του σχήματος που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $F = 10\text{N}$ . Μετά από μετατόπιση  $x = 2\text{m}$  το σώμα έχει αποκτήσει ταχύτητα  $v = 4\text{m/s}$ . Να υπολογίσετε:



**α.** Το έργο της τριβής ολίσθησης.

**β.** Τον συντελεστή τριβής ανάμεσα στο σώμα και το οριζόντιο επίπεδο.

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $12\text{J}$  **β.**  $0,6$ )

**2.22** Στο σώμα μάζας  $m = 3\text{kg}$  που κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 4\text{m/s}$ , ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1 = 10\text{N}$ ,

$F_2 = 20\sqrt{2}\text{N}$ . Μεταξύ της επιφάνειας του σώματος

και του εδάφους αναπτύσσεται τριβή με συντελεστή  $\mu = 0.4$ . Αν  $\varphi = 45^\circ$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ , υπολογίστε την τελική ταχύτητα του σώματος για μετατόπιση  $\Delta x = 3\text{m}$ .



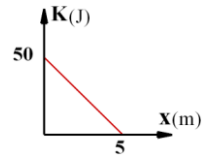
(Απ:  $2\sqrt{17}\text{m/s}$ )

**2.23** Σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου  $20\text{m/s}$ . Αν το μέγιστο ύψος που φτάνει είναι  $h = 10\text{m}$ , υπολογίστε το μέτρο της μέσης αντίστασης του αέρα που του ασκείται κατά την κίνηση του. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $40\text{N}$ )

- 2.24** Σε σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί στην βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$ , ασκείται δύναμη  $F = 28\text{N}$  παράλληλα προς αυτό. Αν το ύψος του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $h = 4\text{m}$ , υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην κορυφή. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{ m/s}^2$ .
- (Απ:  $12\text{m/s}$ )*
- 2.25** Μια μπάλα ξεφεύγει από τα χέρια ενός παιδιού στην κορυφή του λόφου και κατακυλά στην πλαγιά του. Το ύψος του λόφου είναι  $22.5\text{m}$ . Αν κατά την κίνηση της μπάλας, το έργο της τριβής που ασκείται σ' αυτή είναι ίσο με το μισό του έργου του βάρους της, υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία φτάνει στην βάση του λόφου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ . Θεωρείστε ότι η μπάλα είναι αρχικά ακίνητη.
- (Απ:  $15\text{m/s}$ )*
- 2.26** Μια μικρή μπάλα αρχικά ακίνητη αφήνεται από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου μήκους  $s = 6\text{m}$  και γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$  και φτάνει στη βάση του με ταχύτητα  $v = 6\text{m/s}$ . Αν  $g = 10\text{m/s}^2$  υπολογίστε τον συντελεστή τριβής ανάμεσα στο σώμα και το κεκλιμένο επίπεδο.
- (Απ:  $2\sqrt{13}/15$ )*
- 2.27** Σε σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη  $F = 10\text{N}$ , με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητας του να αυξάνεται σύμφωνα με την σχέση  $v = 3t$ .
- α.** Υπολογίστε το έργο της τριβής που ασκείται στο σώμα στα πρώτα  $2\text{s}$ .
- β.** Υπολογίστε το μέτρο της τριβής.
- (Απ: **α.**  $-24\text{J}$  **β.**  $4\text{N}$ )*
- 2.28** Αλεξιπτωτιστής αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα από αεροπλάνο σε ύψος  $800\text{m}$  από το έδαφος και φτάνει σ' αυτό με ταχύτητα  $v = 4\text{m/s}$ . Να υπολογιστεί το έργο της αντίστασης του αέρα κατά την κίνησή του. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ . Η μάζα του αλεξιπτωτιστή και του αεροστάτου είναι  $70\text{kg}$ .
- (Απ:  $559.440\text{J}$ )*

- 2.29** Σφαίρα μάζας  $m = 1\text{kg}$  εκτοξεύεται από την βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\varphi = 45^\circ$ , με αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0$ . Το διάγραμμα μεταβολής της κινητικής της ενέργειας σε συνάρτηση με την μετατόπιση δίνεται στο σχήμα. Ο συντελεστής της τριβής που αναπτύσσεται κατά την κίνηση της σφαίρας είναι  $\mu$ . Υπολογίστε:
- Το μέτρο της αρχικής της ταχύτητας,  $v_0$ .
  - Τον συντελεστή τριβής  $\mu$ .
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .



( Απ: **α.**  $10\text{m/s}$  **β.**  $\mu = \sqrt{2} - 1 = 0.414$  )

- 2.30** Σώμα μάζας  $m = 6\text{kg}$  ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται δύναμη της μορφής  $F = 2x + 10$  (S.I.). Για μετατόπιση  $x = 5\text{m}$  υπολογίστε:
- το έργο της  $F$ .
  - την ταχύτητα που αποκτά το σώμα.

( Απ: **α.**  $75\text{J}$  **β.**  $5\text{m/s}$  )

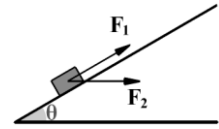
- 2.31** Σώμα μάζας  $m = 11\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Ανάμεσα στο σώμα και στο επίπεδο υπάρχει τριβή με συντελεστή  $\mu = 2/55$ . Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $F = 5x + 10$  (S.I.). Για μετατόπιση  $x = 2\text{mm}$  υπολογίστε:
- το έργο της  $F$ .
  - το έργο της τριβής.
  - την ταχύτητα που αποκτά το σώμα.
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $30\text{J}$  **β.**  $-8\text{J}$  **γ.**  $2\text{m/s}$  )

- 2.32** Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη  $F = 4x + 10$  με φορά προς τα πάνω και το ανυψώνει κατά  $x = 10\text{m}$ .
- Για την παραπάνω μετατόπιση υπολογίστε το έργο της  $F$ , το έργο του βάρους καθώς και την ταχύτητα που έχει αποκτήσει το σώμα.
  - Σε ποιο ύψος το σώμα θα αποκτήσει ταχύτητα  $v = \sqrt{12}\text{m/s}$ ;
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

( Απ: **α.**  $300\text{J}$  ,  $-200\text{J}$  ,  $10\text{m/s}$  **β.**  $6\text{m}$  )

- 2.33** Στο αρχικά ακίνητο σώμα του σχήματος, μάζας  $3\sqrt{2}$  kg, ασκούνται, η δύναμη  $F_1 = 40\text{N}$  παράλληλη με το κεκλιμένο επίπεδο και η οριζόντια  $F_2 = 30\sqrt{2}$  N. Ανάμεσα στο σώμα και το έδαφος υπάρχει τριβή, με συντελεστή  $\mu = 0.5$ . Για μετατόπιση του σώματος κατά 8m υπολογίστε:



**α.** Το έργο κάθε δύναμης που ασκείται σ' αυτό.

**β.** Την κινητική ενέργεια που θα έχει αποκτήσει.

Η γωνία κλίσης του επιπέδου είναι  $\theta = 45^\circ$ . Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $W_B = -240\text{J}$  ,  $W_{F_1} = 320\text{J}$  ,  $W_{F_2} = 240\text{J}$  ,  $W_T = -240\text{J}$  **β.**  $80\text{J}$ )

## ΣΥΝΤΗΡΗΤΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ – ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

### Ερωτήσεις

- 3.1** Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις ένα σώμα έχει κάποιας μορφής δυναμική ενέργεια;  
(Ως σημειακό επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια θεωρείστε το επίπεδο του εδάφους)
- Το χελιδόνι πετά πάνω από ένα κτίριο.
  - Το αυτοκίνητο τρέχει με ιλιγγιώδη ταχύτητα σε οριζόντιο δρόμο.
  - Το ελατήριο συμπιέζεται καθώς πέφτει σε αυτό μία μικρή σφαίρα.
  - Η σφεντόνα έχει πέσει στο έδαφος από το χέρι ενός μικρού παιδιού
  - Με την βοήθεια ενός μικρού λάστιχου κρατούμε συγκεντρωμένα πολλά χαρτιά μαζί
- 3.2** I. Που οφείλεται η ύπαρξη βαρυτικής δυναμικής ενέργειας όταν ένα σημειακό αντικείμενο  $m$  βρίσκεται σε ύψος  $h$  από την επιφάνεια της Γης;
- Στην δυνατότητα του σώματος να κινείται σε κάποιο ύψος.
  - Στην έλξη του σώματος από την Γη.
  - Στην αμοιβαία αλληλεπίδραση ανάμεσα στην Γη και το σώμα.
- II. Γιατί συνήθως αναφερόμαστε σε δυναμική ενέργεια του σώματος, και όχι του συστήματος σώμα – Γη;
- Γιατί η Γη δεν μπορεί να κινείται.
  - Γιατί η αλληλεπίδρασή τους δεν επηρεάζει την κίνηση της Γης.
  - Γιατί η αλληλεπίδρασή τους δεν επηρεάζει την κίνηση του σώματος.

- 3.3** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
- α.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια εξαρτάται κάθε φορά από το επίπεδο αναφοράς μας.
  - β.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ανεξάρτητη του επιπέδου αναφοράς.
  - γ.** Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας για την μετακίνηση του σώματος ανάμεσα σε 2 θέσεις εξαρτάται κάθε φορά από το επίπεδο αναφοράς μας.
  - δ.** Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι ανεξάρτητη του επιπέδου αναφοράς.

- 3.4** Αφήνουμε ένα μικρό σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$  από την οροφή ενός κτιρίου ύψους  $h = 30\text{m}$ . Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς το έδαφος.

- I.** Η αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι . . . . . J.
- II.** Μετά από 1s το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά . . . . m, και απέχει από το έδαφος . . . . m.
- III.** Η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του σώματος στην νέα του θέση είναι . . . . . J
- IV.** Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ανάμεσα στις 2 θέσεις είναι . . . . . J

Θεωρήστε τώρα ως επίπεδο αναφοράς την κορυφή του κτιρίου

- V.** Η δυναμική ενέργεια του σώματος στην αρχική του θέση είναι . . . . . J ενώ μετά από 1s . . . . . J
- VI.** Η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ανάμεσα στις 2 θέσεις είναι . . . . . J
- VII.** Τι παρατηρείτε;

- 3.5** Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις που αναφέρονται στην κίνηση ενός σώματος είναι σωστές;
- α.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος αυξάνεται και το έργο του βάρους του για αυτήν την μετατόπιση είναι θετικό.
  - β.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος αυξάνεται και το έργο του βάρους του για αυτήν την μετατόπιση είναι αρνητικό.
  - γ.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μειώνεται και το έργο του βάρους του για αυτήν την μετατόπιση είναι θετικό.
  - δ.** Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος μειώνεται, και το έργο του βάρους για αυτήν την μετατόπιση είναι αρνητικό.

**3.6** Αντιστοιχίστε σωστά τις κινήσεις της αριστερής στήλης με τις μεταβολές της δυναμικής ενέργειας στην δεξιά.

- |   |  |
|---|--|
| 1. Αεροπλάνο πετά σε σταθερό ύψος.              | <b>α.</b> Αύξηση δυναμικής ενέργειας.            |
| 2. Εκτόξευση φωτοβολίδας                        | <b>β.</b> Ελάττωση δυναμικής ενέργειας.          |
| 3. Το βέλος εκτινάσσεται από το τόξο οριζόντια. | <b>γ.</b> Η δυναμική ενέργεια παραμένει σταθερή. |

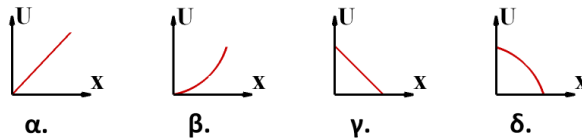
**3.7** Σημειακό αντικείμενο μετατοπίζεται από αρχική θέση με βαρυτική δυναμική ενέργεια 10J, ως μια τελική με βαρυτική δυναμική ενέργεια 30J.

**I.** Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας για αυτήν την μετατόπιση είναι . . . J

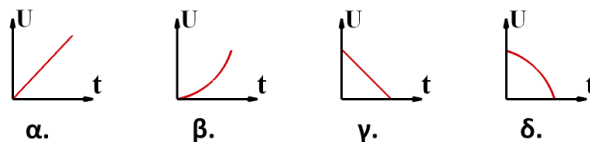
**II.** Το έργο του βάρους του σώματος για αυτήν την μετατόπιση είναι:

- |                 |                |                 |
|-----------------|----------------|-----------------|
| <b>α.</b> μηδέν | <b>β.</b> 20 J | <b>γ.</b> -20 J |
|-----------------|----------------|-----------------|
- δ.** Δεν μπορεί να υπολογισθεί γιατί δεν γνωρίζουμε την πορεία που ακολουθεί το σώμα.

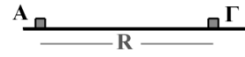
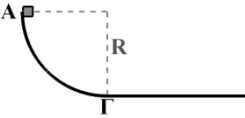

**3.8** Σημειακό αντικείμενο αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος. Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την μεταβολή της δυναμικής του ενέργεια σε συνάρτηση με την μετατόπιση του;



**3.9** Σημειακό αντικείμενο αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος. Αν οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται, ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει την μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας σε συνάρτηση με τον χρόνο πτώσης;

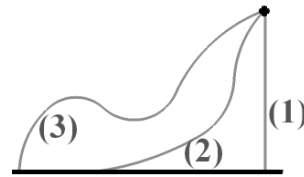


**3.10** Αντιστοιχίστε σωστά τις μετακινήσεις ( $A \rightarrow \Gamma$ ) της αριστερής στήλης με τις εκφράσεις του έργου του βάρους του σώματος, στην δεξιά.

<p>i. </p> <p>ii. </p> <p>iii. </p>	<p>α. <math>W_B = BR</math></p> <p>β. <math>W_B = 0</math></p> <p>γ. <math>W_B = -B\pi R</math></p> <p>δ. <math>W_B = -2BR</math></p>
--	---

**3.11** Σε ποιά από τις διαδρομές το έργο του βάρους είναι μεγαλύτερο;

- α. Στην (1)
- β. Στην (2)
- γ. Στην (3)
- δ. Είναι ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις.
- ε. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε, γιατί δεν γνωρίζουμε το μήκος της κάθε τροχιάς.



**3.12** Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά.

Κλειστή διαδρομή ονομάζεται η διαδρομή της οποίας η αρχή και το τέλος .  
 . . . . . Οι δυνάμεις των οποίων το έργο κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν, ονομάζονται . . . . . Μια δύναμη κάνει θετικό έργο όταν η κατεύθυνση της συνιστώσας της στον άξονα κίνησης συμπίπτει με την κατεύθυνση της . . . . . του σώματος.

**3.13** Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- α. Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης είναι πάντοτε ίσο με μηδέν.
- β. Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης είναι μηδέν κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής.
- γ. Η δύναμη στήριξης του εδάφους έχει μηδενικό έργο, άρα είναι συντηρητική δύναμη.



**Προβλήματα**

- 3.14** Σε ποίο ύψος από το έδαφος βρίσκεται σώμα μάζας  $m = 200\text{g}$  αν η βαρυτική του δυναμική ενέργεια σε αυτό το ύψος είναι  $6\text{J}$ ; Θεωρείστε ως επίπεδο αναφοράς της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Δίνεται:  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $3\text{m}$ )

- 3.15** Ελικόπτερο μάζας  $M = 900\text{kg}$  πετά σε ύψος  $h$  από το έδαφος. Δύο μικρά παιδιά, το ένα στο έδαφος και το άλλο στην ταράτσα ενός ψηλού κτιρίου, γνωρίζοντας προφανώς την μάζα του ελικοπτήρου, αποδίδουν σε αυτό 2 τιμές βαρυτικής δυναμικής ενέργειας που διαφέρουν μεταξύ του κατά  $18 \cdot 10^4\text{J}$ . Ως επίπεδο αναφοράς για την μέτρηση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας κάθε παιδί θεωρεί το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται.

**α.** Ποίο από τα 2 παιδιά μετρά μεγαλύτερη τιμή για την βαρυτική δυναμική ενέργεια του ελικοπτήρου;

**β.** Ποίο είναι το ύψος του κτιρίου;

**γ.** Που θα εργάζεται πιθανότατα κάποιος παρατηρητής που μετρά για το ελικόπτερο μεγαλύτερη δυναμική ενέργεια από αυτή που μετρά το παιδί που απαντήσατε στο προηγούμενο ερώτημα;

**i.** Στο εργοτάξιο του μετρό.

**ii.** οδηγός ταξί

**iii.** καθαριστής τζαμιών σε υψηλά κτίρια.

Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.** το παιδί στο έδαφος **β.**  $20\text{m}$  **γ. i**)

- 3.16** Από την ταράτσα ενός ψηλού κτιρίου ύψους  $18\text{m}$  εκτοξεύουμε κατακόρυφα προς τα κάτω μικρή πέτρα μάζας  $100\text{g}$  με αρχική ταχύτητα  $v_0 = 5\text{m/s}$ . Υπολογίστε την βαρυτική δυναμική ενέργεια της πέτρας  $1\text{s}$  μετά την εκτόξευση, αν ως επίπεδο αναφοράς της θεωρήσουμε:

**α.** Το έδαφος.

**β.** Το σημείο εκτόξευσης της πέτρας.

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $8\text{J}$  **β.**  $-10\text{J}$ )

**3.17** Η σκάλα υποδοχής στην είσοδο ενός μεγάλου σπιτιού αποτελείται από 50 σκαλοπάτια, ύψους 20cm το καθένα. Σε κάθε σκαλοπάτι τοποθετούμε ένα μικρό σώμα μάζας  $m = 100\text{g}$ . Αν θεωρήσουμε ως επίπεδο αναφοράς το έδαφος, (το επίπεδο από το οποίο ξεκινά το πρώτο σκαλοπάτι), υπολογίστε την συνολική βαρυτική δυναμική ενέργεια όλων των σωμάτων που έχουμε τοποθετήσει στα σκαλοπάτια. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: 255J)

**3.18** Σημειακό αντικείμενο, έχοντας αρχικά συνολική δυναμική ενέργεια 10J, κινείται υπό την επίδραση δύο διατηρητικών δυνάμεων, με αποτέλεσμα η δυναμική του ενέργεια να τριπλασιαστεί. Αν το έργο της πρώτης δύναμης είναι 25J, υπολογίστε το έργο της δεύτερης.

(Απ: -45J)

## ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

### Ερωτήσεις

**4.1** Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αφήνεται από ύψος  $h = 5\text{m}$  να πέσει στο έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ . Θεωρείστε ως επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος το έδαφος.

Η αρχική δυναμική του ενέργεια είναι . . . . . J, η αρχική κινητική του ενέργεια . . . . . J, και η μηχανική . . . . . J. Το σώμα φτάνει στο έδαφος, έχοντας κινητική ενέργεια . . . . . J και ταχύτητα . . . . m/s. Στα μισά της διαδρομής η κινητική του ενέργεια είναι . . . . . την δυναμική.

**4.2** Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις διατηρείται η μηχανική ενέργεια ενός σώματος;

**α.** Όταν ασκούνται σ' αυτό μόνο συντηρητικές δυνάμεις.

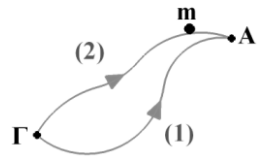
**β.** Όταν ασκούνται σ' αυτό και συντηρητικές και μη συντηρητικές δυνάμεις.

**γ.** Όταν ασκούνται σ' αυτό δυνάμεις που άλλοτε το έργο τους είναι θετικό και άλλοτε αρνητικό.

- δ. Όταν ασκούνται σ' αυτό δυνάμεις με μηδενικό έργο.  
 ε. Όταν το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι ίσο με μηδέν.  
 στ. Όταν το έργο της συνισταμένης των μη συντηρητικών δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι ίσο με μηδέν.
- 4.3** Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις ελαττώνεται η μηχανική ενέργεια ενός σώματος που κινείται;  
 α. Ελεύθερη πτώση μικρής πέτρας.  
 β. Κίνηση αλεξιπτωτιστή.  
 γ. Κίνηση αυτοκινήτου ενώ ο οδηγός πατά φρένο.  
 δ. Κίνηση αυτοκινήτου ενώ ο οδηγός πατά γκάζι.  
 ε. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο.  
 στ. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο με φορά προς τα κάτω.
- 4.4** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:  
 Σώμα μάζας  $m$  αφήνεται από ύψος  $h$  να πέσει στο έδαφος. Αν αγνοηθούν οι αντιστάσεις του αέρα, τότε η δυναμική του ενέργεια . . . . . , ενώ η κινητική του ενέργεια . . . . . , όμως η μηχανική του ενέργεια είναι . . . . . , αφού η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα, το βάρος είναι . . . . . δύναμη. Αν όμως ασκείται στο σώμα αντίσταση από τον αέρα, η μηχανική του ενέργεια . . . . . Ένα μέρος της μετατρέπεται σε . . . . .
- 4.5** Ένα χελιδόνι μάζας 200gr πετά με ταχύτητα  $v = 10\text{m/s}$ , σε ύψος  $h = 10\text{m}$ , από το έδαφος. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ , και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται. Θεωρείστε ως επίπεδο αναφοράς για την βαρυτική δυναμική ενέργεια του χελιδονιού το έδαφος  
 I. Η κινητική ενέργεια του χελιδονιού είναι:  
 α. μηδέν                    β. 1 J                    γ. 5 J                    δ. 10 J  
 II. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του χελιδονιού είναι:  
 α. μηδέν                    β. 15 J                    γ. 10 J                    δ. 20 J  
 III. Η μηχανική ενέργειά του είναι . . . . . J
- 4.6** Μια μικρή πέτρα μάζας 100g αφήνεται από ύψος 10m να πέσει στο έδαφος. Αντιστοιχίστε σωστά τις αποστάσεις της πέτρας από το έδαφος κατά την πτώση του, με τις αντίστοιχες τιμές της κινητικής του ενέργειας. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$  και οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται

- |          |         |
|----------|---------|
| 1. 8 m   | α. 4 J  |
| 2. 6 m   | β. 6 J  |
| 3. 2 m   | γ. 2 J  |
| 4. Μηδέν | δ. 10 J |
|          | ε. 8 J  |

4.7 I. Το σώμα του σχήματος ακολουθεί την τροχιά (1) για την μετάβαση του από το Γ ως το Α, υπό την επίδραση συντηρητικής δύναμης F. Δεν υπάρχουν επιδράσεις από άλλες δυνάμεις. Στο σημείο Γ η κινητική του ενέργεια είναι 10J, η δυναμική του ενέργεια 6J και η μηχανική του ενέργεια . . . . . J.



II. Αν στο σημείο Α η κινητική του ενέργεια είναι 13J, τότε η δυναμική του ενέργεια είναι . . . . . J.

III. Αν ακολουθούσε την τροχιά (2) τότε η κινητική του ενέργεια θα είναι . . . J και η δυναμική του ενέργεια . . . . . J.

4.8 Μικρή σφαίρα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί στερεωμένη στο άκρο νήματος μήκους  $l = 0,5\text{m}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10\text{m/s}^2$ . Οι αντιστάσεις του αέρα και οι τριβές κατά την κίνηση του σχοινιού παραλείπονται. Δίνεται στο σώμα αρχική οριζόντια ταχύτητα  $v_0 = 5\text{m/s}$ .



I. Ποιες δυνάμεις ασκούνται στο σώμα κατά την κίνηση του;

II. Υπάρχει κάποια απ' αυτές τις δυνάμεις που να μην είναι συντηρητική;

III. Διατηρείται η μηχανική ενέργεια της σφαίρας;

- |        |        |                                |
|--------|--------|--------------------------------|
| α. Ναι | β. Όχι | γ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε |
|--------|--------|--------------------------------|

IV. Ποιες ενέργειες μετατροπές παρατηρούνται κατά την κίνηση της σφαίρας;

V. Στο κατώτερο σημείο της τροχιάς Α, η κινητική ενέργεια του σώματος είναι . . . . . J.

VI. Πόσο θα αυξηθεί η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος στο Γ;

VII. Η κινητική ενέργεια του σώματος στο ψηλότερο σημείο Γ είναι:

- |        |         |         |
|--------|---------|---------|
| α. 5 J | β. 10 J | γ. 15 J |
|--------|---------|---------|

δ. Δεν μπορούμε να απαντήσουμε γιατί δεν έχουμε ορίσει επίπεδο αναφοράς της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας

## Προβλήματα

**4.9** Μικρό μπαλάκι, μάζας  $m = 60\text{g}$  αφήνεται ελεύθερο από ύψος  $h = 80\text{cm}$  από το έδαφος. Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται και το επίπεδο αναφοράς της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι το έδαφος.

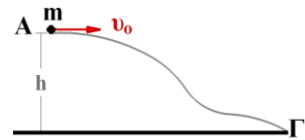
- Υπολογίστε την δυναμική, κινητική ενέργεια και την ταχύτητα του σώματος στο σημείο A.
- Υπολογίστε την δυναμική, κινητική ενέργεια και την ταχύτητα του σώματος  $0.2\text{s}$ , μετά την έναρξη της κίνησης του.
- Υπολογίστε την δυναμική, κινητική ενέργεια καθώς και την ταχύτητα του σώματος ελάχιστα πριν αυτό φτάσει στο έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $\alpha. 0.48\text{J}$ ,  $0$ ,  $0$   $\beta. 0,36\text{J}$ ,  $0.12\text{J}$ ,  $2\text{m/s}$   $\gamma. 0$ ,  $0.48\text{J}$ ,  $4\text{m/s}$ )



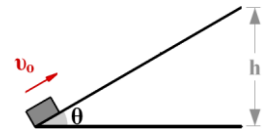
**4.10** Με ποια ταχύτητα θα φτάσει το σώμα στην βάση Γ της απότομης πλαγιάς, αν ξεκινά την κίνησή του στο A με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10\text{m/s}$ ; Δίνονται  $h = 15\text{m}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ . Δεν υπάρχουν τριβές και άλλες αντιστάσεις.



(Απ:  $20\text{m/s}$ )

**4.11** Το ύψος του λείου κεκλιμένου επιπέδου είναι  $h = 10\text{m}$  και η κλίση του  $\theta = 30^\circ$ . Σημειακό αντικείμενο μάζας  $m = 1\text{kg}$  εκτοξεύεται από την βάση του με αρχική ταχύτητα  $v_0$ .

- Υπολογίστε την μεταβολή της κινητικής του ενέργειας όταν φτάσει στην κορυφή του.
  - Πόσα μέτρα θα έχει διανύσει το σώμα, την στιγμή που η αρχική του κινητική ενέργεια έχει ελαττωθεί κατά  $40\text{J}$ ;
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $\alpha. -100\text{J}$   $\beta. 8\text{m}$ )

**4.12** Η σφαίρα  $m = 1\text{kg}$  εκτοξεύεται σε οριζόντιο λείο επίπεδο με αρχική οριζόντια ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$  και στην συνέχεια ανεβαίνει στην επιφάνεια ημισφαιρίου ακτίνας  $R = 1,8\text{m}$ .

- Με ποια ταχύτητα φτάνει στο ψηλότερο σημείο A;
  - Υπολογίστε την δύναμη του ημισφαιρίου στο σώμα στο σημείο A.
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .



(Απ:  $\alpha. 8\text{m/s}$   $\beta. 45.55\text{N}$ )

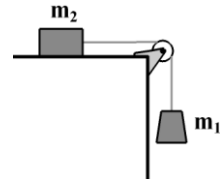
- 4.13** Σφαίρα μάζας  $m$  αφήνεται ελεύθερη στο σημείο Α της εσωτερικής επιφάνεια ενός ημισφαιρίου. Υπολογίστε την σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας της, με την γωνία  $\varphi$  που σχηματίζει κάθε στιγμή η επιβατική της ακτίνα με την κατακόρυφο.



Δίνεται η ακτίνα του ημισφαιρίου  $R$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g$ . Με την βοήθεια της σχέσεως αυτής υπολογίστε την ταχύτητα της στο κατώτερο σημείο του ημισφαιρίου  $\Gamma$ .

(Απ:  $\sqrt{2gR \cdot \sin\varphi}$  ,  $\sqrt{2gR}$ )

- 4.14** Τα σώματα του διπλανού σχήματος, μαζών  $m_1 = 2,5\text{kg}$  και  $m_2 = 5\text{kg}$  αρχικά ηρεμούν, και αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν. Κατά την κίνησή τους δεν υπάρχει τριβή ενώ η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



Υπολογίστε την κινητική ενέργεια που θα έχει αποκτήσει το σώμα  $m_1$ , όταν έχουν μετακινηθεί κατά  $3\text{m}$ . Ποια θα είναι η μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του  $m_2$ ; Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

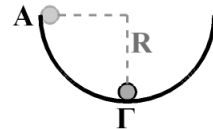
(Απ: **α.**  $25\text{J}$  **β.**  $50\text{J}$ )

- 4.15** Βλήμα μάζας  $m = 100\text{g}$  κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα  $100\text{m/s}$  σφηνώνεται σε κιβώτιο μάζας  $M = 9,9\text{kg}$  που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Υπολογίστε:

- α.** Την κοινή ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα κιβώτιο – βλήμα.
- β.** Την απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος.

(Απ: **α.**  $1\text{m/s}$  **β.**  $495\text{J}$ )

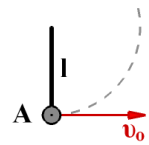
- 4.16** Μικρή σφαίρα μάζας  $m = 200\text{g}$  αφήνεται ελεύθερη στο σημείο Α και ολισθαίνει στο εσωτερικό της κυλινδρικής επιφάνειας ακτίνας  $R = 20\text{cm}$ . Κατά την κίνηση της σφαίρας δεν αναπτύσσεται τριβή. Υπολογίστε:



- α.** Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία η σφαίρα περνά από το κατώτερο σημείο της τροχιάς της  $\Gamma$ .
- β.** Το μέτρο της δύναμης στήριξης του εδάφους στο σημείο αυτό. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: **α.**  $2\text{m/s}$  **β.**  $6\text{N}$ )

- 4.17** Στην σφαίρα μάζας  $m$  του σχήματος που αρχικά ηρεμεί στο σημείο  $A$ , δεμένη από κατακόρυφο νήμα μήκους  $l = 90\text{cm}$ , δίνουμε αρχική ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10\text{m/s}$ . Υπολογίστε το μέτρο της ταχύτητας της στο ψηλότερο σημείο της κυκλικής τροχιάς που διαγράφει.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ:  $8\text{m/s}$ )

- 4.18** Ένα κομμάτι ξύλο μάζας  $M = 1.9\text{kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $l = 0.9\text{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m = 0.1\text{kg}$  που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0$  σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα – ξύλο εκτρέπεται, ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του να είναι  $\varphi = 60^\circ$ . Να υπολογιστούν:

**α.** Το μέτρο της ταχύτητας  $v_0$  του βλήματος.

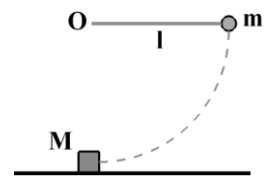
**β.** Το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα – ξύλο κατά την κρούση.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(ΓΕΝΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 1988)

(Απ: **α.**  $60\text{m/s}$  **β.**  $95\%$ )

- 4.19** Εκτρέπουμε το εκκρεμές του σχήματος, μήκους  $0.8\text{m}$  ως την οριζόντια θέση, και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν περνά από την θέση ισορροπίας του, συγκρούεται μετωπικά με σώμα μάζας  $M = 3.5\text{kg}$ , με αποτέλεσμα να αντιστρέψει την φορά κίνησής του, και να ανέλθει σε ύψος  $h = 0.45\text{m}$ . Πόσο θα μετατοπιστεί το σώμα  $M$  στο οριζόντιο επίπεδο μέχρι να σταματήσει;



Δίνονται, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σώμα  $M$  και το οριζόντιο επίπεδο  $\mu = 0.5$ ,  $m = 1\text{kg}$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ .

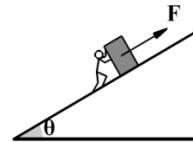
(Απ:  $0.4\text{m}$ )

## ΙΣΧΥΣ

### Ερωτήσεις

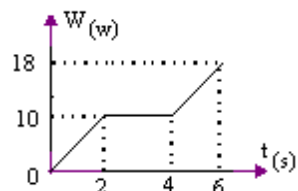
- 5.1** 1 Watt είναι:  
**α.** 1 Joule                      **β.** 1 Joule/s                      **γ.** 1 Joule·s                      **δ.** 1 N·m/s
- 5.2** Η απόδοση μιας μηχανής μετριέται σε:  
**α.** Joule    **γ.** Δεν έχει μονάδες μέτρησης  
**β.** Watt    **δ.** Εξαρτάται από την μηχανή
- 5.3** Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;  
**α.** Η ισχύς μιας μηχανής είναι μεγάλη όταν αυτή παράγει μεγάλο έργο.  
**β.** Η ισχύς μιας μηχανής είναι μεγάλη, όταν αυτή αντέχει να δουλεύει επί πολύ χρόνο.  
**γ.** Η ισχύς μιας μηχανής είναι μεγάλη όταν ο χρόνος λειτουργίας της ανά μονάδα ενέργειας που παράγει είναι πολύ μικρός.  
**δ.** Η ισχύς μιας μηχανής είναι μικρή όταν το έργο που παράγει η μηχανή ανά μονάδα χρόνου είναι θετικό.

- 5.4** Αντιστοιχίστε σωστά τους ρυθμούς μεταβολής ενέργειας της αριστερής στήλης με την ισχύ των δυνάμεων στη δεξιά.



- |   |  |
|---|--|
| <p><b>1.</b> Ρυθμός μεταβολής δυναμικής ενέργειας.<br/> <b>2.</b> Ρυθμός ανάπτυξης θερμικής ενέργειας.<br/> <b>3.</b> Ρυθμός προσφοράς χημικής ενέργειας.</p> | <p><b>α.</b> Ισχύς τριβής.<br/> <b>β.</b> Ισχύς δύναμης F.<br/> <b>γ.</b> Ισχύς δύναμης στήριξης εδάφους.<br/> <b>δ.</b> Ισχύς βάρους.</p> |
|---|--|

- 5.5** Το διάγραμμα του έργου που παράγει μια μηχανή σε συνάρτηση με τον χρόνο, δίνεται στο διπλανό σχήμα.



- I.** Σε ποιο χρονικό στάδιο η μηχανή “τεμπελιάζει”;  
**α.** 0 – 2 s                      **γ.** 4 – 6 s  
**β.** 2 – 4 s                      **δ.** 0 – 6 s
- II.** Σε ποιο χρονικό στάδιο η μηχανή “δουλεύει” εντονότερα;  
**α.** 0 – 2 s                      **β.** 2 – 4 s                      **γ.** 4 – 6 s



III. Αντιστοίχισε σωστά τα χρονικά στάδια της αριστερής στήλης με την ισχύ που αναπτύσσει η μηχανή στην δεξιά

1. 0 – 2 s

2. 2 – 4 s

3. 4 – 6 s

4. 0 – 6 s

α. 2 W

β. 5 W

γ. 4 W

δ. 3 W

ε. μηδέν

### Προβλήματα

5.6 Υπολογίστε την μέση ισχύ της δύναμης  $F = 60\text{N}$  που μετατοπίζει ένα μικρό σώμα σε οριζόντιο επίπεδο κατά  $x = 3\text{m}$  σε χρόνο  $t = 4\text{s}$ .

(Απ: 45W)

5.7 Πόση ισχύ προσφέρει ένας γερανός όταν σηκώνει ένα αυτοκίνητο μάζας 1000kg σε ύψος 6m σε  $t = 15\text{s}$ ; Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ .

(Απ: 4kW)

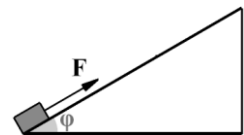
5.8 Η ισχύς της καρδιάς του ανθρώπου είναι γύρω στα 3W. Πόση ενέργεια αποδίδει η καρδιά στην διάρκεια μιας εβδομάδας;

(Απ: 1.814.400J)

5.9 Αν η δύναμη του κινητήρα ενός αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα 20m/s, έχει μέτρο 800N, υπολογίστε την ισχύ του.

(Απ: 16.000W)

5.10 Η ισχύς της δύναμης  $F$ , παράλληλης προς το λείο κεκλιμένο επίπεδο, που μετακινεί ένα σώμα μάζας  $m = 20\text{kg}$ , με σταθερή ταχύτητα  $v = 0.5\text{m/s}$  είναι 50W. Αν  $g = 10\text{m/s}^2$ , υπολογίστε την κλίση του επιπέδου.



(Απ: 30°)

5.11 Η ισχύς που αποδίδουμε για να μετατοπίσουμε ένα κιβώτιο με σταθερή ταχύτητα  $v$ , σε οριζόντιο επίπεδο είναι  $P$ , και σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως  $\theta = 30^\circ$ ,  $2P$ . Υπολογίστε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης κατά την κίνηση του σώματος, αν είναι ο ίδιος για το οριζόντιο και για το κεκλιμένο επίπεδο.

(Απ:  $1/(4 - \sqrt{3})$ )

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.2****Διατήρηση της ολικής ενέργειας και υποβάθμιση της ενέργειας****Απαραίτητες γνώσεις****1. Τι ονομάζουμε πίεση;**

Πίεση  $P$  ονομάζουμε το φυσικό μέγεθος που ορίζεται από το πηλίκο:

$$P = \frac{F}{S} \quad \text{Όπου } F: \text{ η δύναμη που ασκείται σε μια επιφάνεια εμβαδού } S.$$

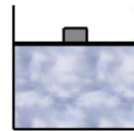
Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το  $1 \text{ N/m}^2$ .

Στην πράξη χρησιμοποιείται επίσης η 1 ατμόσφαιρα (atm), η οποία είναι η πίεση του ατμοσφαιρικού αέρα στην επιφάνεια της θάλασσας.

$$1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

**2. Τι ονομάζουμε Ατμοσφαιρική πίεση;**

Ατμοσφαιρική πίεση ονομάζεται η πίεση που ασκείται σε μια επιφάνεια εξαιτίας του βάρους του ατμοσφαιρικού αέρα που υπάρχει πάνω από αυτήν. Στην επιφάνεια της θάλασσας η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με 1atm. Όταν όμως ανεβαίνουμε προς τα πάνω η ατμοσφαιρική πίεση μειώνεται.



Στο αέριο του δοχείου, η ατμοσφαιρική πίεση οφείλεται στο βάρος  $w$  του εμβόλου που το περικλείει καθώς και στην ατμοσφαιρική πίεση. Άρα:

$$P = \frac{W}{S} + P_{\text{atm}}$$

(Το έμβολο εμβαδού  $S$  δεν είναι στερεωμένο και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές)

**3. Τι ονομάζουμε Θερμοκρασία;**

Θερμοκρασία ενός σώματος είναι το φυσικό μέγεθος  $T$  που σχετίζεται με την κινητική ενέργεια των μορίων του. Αύξηση της κινητικής ενέργειας των μορίων του σώματος σημαίνει παράλληλα και αύξηση της θερμοκρασίας του.

Ένα σώμα μεγάλης θερμοκρασίας το αντιλαμβανόμαστε στην καθημερινή μας ζωή ως πιο ζεστό.

Η θερμοκρασία στο S.I. μετριέται στην κλίμακα Kelvin. Οι τιμές που μπορεί να πάρει κυμαίνονται από 0 έως 273,15K. Στην καθημερινή μας ζωή χρησιμοποιούμε την κλίμακα Κελσίου ( $^{\circ}\text{C}$ ). Αν θερμοκρασία σώματος είναι ίση με  $\alpha^{\circ}\text{C}$  τότε είναι ίση με  $(\alpha + 273)\text{K}$ .

#### 4. Τι ονομάζουμε Εσωτερική ενέργεια;

Εσωτερική ενέργεια  $U$  ενός αερίου ονομάζεται το άθροισμα των κινητικών ενεργειών των μορίων του. Αν  $\bar{K}$  είναι η μέση κινητική ενέργεια  $N$  μορίων ενός αερίου, τότε η εσωτερική του ενέργεια είναι ίση με:  $U = N \bar{K}$ .

Από τα φαίνεται πως εσωτερική ενέργεια του αερίου αυξάνεται καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία του.

Στα υγρά και τα στερεά σώματα τα μόρια εκτός από την κινητική τους ενέργεια έχουν και την δυναμική ενέργεια λόγω αλληλεπίδρασης. Άρα η εσωτερική ενέργεια των υγρών και των στερεών είναι το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής τους ενέργειας.

#### 5. Τι ονομάζουμε Θέρμανση και τι θερμική ισορροπία;

Θέρμανση ενός σώματος ονομάζουμε την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας, άρα και της θερμοκρασίας του.

Η θέρμανση ενός σώματος θερμοκρασίας  $T_1$  πραγματοποιείται όταν το φέρουμε σε επαφή με ένα σώμα υψηλότερης θερμοκρασίας  $T_2$ . Τότε παρατηρούμε μια ανακατανομή της εσωτερικής ενέργειας των δύο σωμάτων με αποτέλεσμα η θερμοκρασία του σώματος (1) να αυξάνεται ενώ του σώματος (2) να μειώνεται. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι τα δύο σώματα να αποκτήσουν μια κοινή θερμοκρασία  $T$ . Λέμε τότε ότι τα σώματα είναι σε κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

#### 6. Τι εκφράζει η Θερμότητα;

Η θερμότητα  $Q$  εκφράζει την ενέργεια που ρέει ανάμεσα σε δύο σώματα διαφορετικών θερμοκρασιών, χωρίς όμως η ίδια να είναι μια μορφή ενέργειας.

Η θερμότητα  $Q$  για ένα αέριο που περικλείεται σε δοχείο με ακλόνητα τοιχώματα είναι ίση με τη μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας  $Q = \Delta U$ .

**7. Τι ονομάζουμε Έργο W;**

Ένα αέριο που περικλείεται σε δοχείο όγκου  $V$  μπορεί να παράγει έργο αν μετακινώντας το έμβολο αυξήσει τον όγκο του κατά  $\Delta V$ . Αν η πίεση  $P$  στο εσωτερικό του δοχείου είναι σταθερή, τότε:

$$W = P \cdot \Delta V$$

**8. Ποια η σχέση μεταξύ θερμότητας  $Q$ , εσωτερικής ενέργειας  $U$  και θερμοκρασίας  $T$ ;**

Σε αέριο που ισορροπεί σε δοχείο όγκου  $V$  προσφέρουμε θερμότητα  $Q$ . Το αέριο θα αξιοποιήσει την ενέργεια αυτή έτσι ώστε:

**α.** Να αυξήσει την εσωτερική του ενέργεια κατά  $\Delta U$ .

**β.** Να παράγει έργο  $W$  αυξάνοντας τον όγκο του δοχείου που το περικλείει.

Από τη διατήρηση της ενέργειας ισχύει:  $Q = \Delta U + W$

**9. Τι ονομάζουμε Μηχανή και πως σχετίζεται με την ενέργεια;**

Μία μηχανή απορροφά μία ποσότητα ενέργειας μορφής  $A$ , (ο ηλεκτρικός κινητήρας π.χ. απορροφά ηλεκτρική ενέργεια), και μέσω έργου την αποδίδει σε μια μορφή  $B$  (ο κινητήρας αποδίδει μηχανική ενέργεια). Ταυτόχρονα όμως λόγω τριβών στα εξαρτήματα της μηχανής παράγεται και θερμότητα με αποτέλεσμα η ενέργεια που αποδίδει η μηχανή να είναι πάντοτε μικρότερη της ενέργειας που απορροφά.

**10. Τι ονομάζεται απόδοση μηχανής;**

Η απόδοση μιας μηχανής ορίζεται ως:

$$\text{Απόδοση} = \frac{\text{ενέργεια} \cdot \text{που} \cdot \text{αποδίδεται}}{\text{ενέργεια} \cdot \text{που} \cdot \text{απορροφάται}} \cdot 100\%$$

Δεν υπάρχει μηχανή με απόδοση 100%.



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.2

### Συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα

#### Απαραίτητες γνώσεις

#### 3.2.1 Ηλεκτρικές πηγές.

##### Ηλεκτρική πηγή

Ηλεκτρική πηγή ονομάζεται η συσκευή που διατηρεί μια σταθερή διαφορά δυναμικού στους πόλους της, τον θετικό και τον αρνητικό.

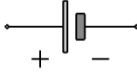
Η ηλεκτρική πηγή δεν παράγει ηλεκτρικά φορτία. Διατηρεί τη διαφορά δυναμικού στους πόλους της, και όταν συνδεθεί με έναν αγωγό, δημιουργεί ένα ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό του κυκλώματος, που επιδρά στα ελεύθερα ηλεκτρόνια.

Θετικός είναι ο πόλος της πηγής που βρίσκεται στο μεγαλύτερο δυναμικό και συμβολίζεται με (+), ενώ αρνητικός, είναι ο πόλος που βρίσκεται στο μικρότερο δυναμικό και συμβολίζεται με (-).

##### Είδη ηλεκτρικών πηγών

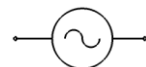
Οι ηλεκτρικές πηγές διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:

- I.** στις πηγές σταθερής πολικότητας, που ονομάζονται πηγές συνεχούς τάσης. Σ' αυτές συμπεριλαμβάνονται οι πηγές συνεχούς τάσης σταθερής τιμής, δηλαδή σταθερής πολικής τάσης με τις οποίες και θα ασχοληθούμε.

Μια πηγή συνεχούς τάσης συμβολίζεται όπως στο  σχήμα.

- II.** στις πηγές στις οποίες η πολικότητά τους μεταβάλλεται, που ονομάζονται πηγές εναλλασσόμενης τάσης. Σ' αυτές περιλαμβάνονται πηγές αρμονικά εναλλασσόμενης τάσης στις οποίες η πολικότητα μεταβάλλεται περιοδικά με το χρόνο και η πολική τάση μεταβάλλεται αρμονικά (ημιτονοειδώς) σε συνάρτηση με το χρόνο.

Μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης συμβολίζεται όπως στο σχήμα.



### 3.2.2 Ηλεκτρικό ρεύμα

#### Ηλεκτρικό ρεύμα

Ηλεκτρικό ρεύμα είναι η κατευθυνόμενη κίνηση ηλεκτρικών φορτίων μέσα στους αγωγούς, εξαιτίας κάποιας διαφοράς δυναμικού.

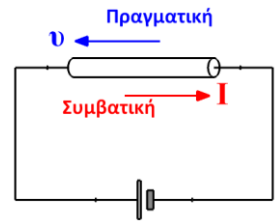
Η κίνηση αυτή οφείλεται στην ύπαρξη ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί μια ηλεκτρική πηγή στο εσωτερικό του αγωγού.

Φορείς του ηλεκτρικού ρεύματος είναι:

- α.** Στους μεταλλικούς αγωγούς, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια.
- β.** Στους ηλεκτρολύτες, τα θετικά και αρνητικά ιόντα.
- γ.** Στους αέριους αγωγούς, τα ιόντα και τα ηλεκτρόνια.

#### Φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.

Η φορά της προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων σ' ένα μεταλλικό αγωγό ονομάζεται πραγματική φορά του ηλεκτρικού ρεύματος. Η αντίθετη από τη φορά της προσανατολισμένης κίνησης των ηλεκτρονίων σ' ένα μεταλλικό αγωγό, ονομάζεται συμβατική φορά, ή απλώς φορά του ηλεκτρικού ρεύματος.



#### Ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος.

Ένταση ρεύματος  $I$  που διαρρέει έναν αγωγό, ονομάζουμε το πηλίκο του φορτίου  $q$  που περνά από μια διατομή του αγωγού σε χρόνο  $t$ , προς το χρόνο αυτό.

$$I = \frac{q}{t}$$

Η μονάδα μέτρησης της έντασης είναι το 1 Ampere (1A).

$$\text{ισχύει: } 1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$$

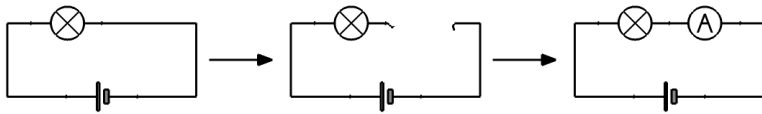
Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος εκφράζει το ρυθμό διέλευσης του ηλεκτρικού φορτίου από μία διατομή ενός αγωγού.

### 3.2.3 Κανόνες του Kirchhoff

#### Αμπερόμετρο

Το αμπερόμετρο είναι το κατάλληλο όργανο με το οποίο μετράμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος.

Παρεμβάλλεται στο ηλεκτρικό κύκλωμα στο σημείο ακριβώς που θέλουμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος. Διακόπτουμε το κύκλωμα στο σημείο αυτό και δύο άκρα του, συνδέονται με τους ακροδέκτες του αμπερομέτρου.



Η σύνδεση αυτή ονομάζεται «σύνδεση σε σειρά».

Το αμπερόμετρο δείχνει την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος, με την απόκλιση του δείκτη του. Η απόκλιση αυτή είναι ανάλογη την έντασης του ρεύματος που το διαρρέει.

#### Πρώτος κανόνας Kirchhoff

Κόμβος ονομάζεται, κάθε σημείο του κυκλώματος στο οποίο το ρεύμα διακλαδίζεται, ή αλλιώς, κάθε σημείο του κυκλώματος στο οποίο ενώνονται τρεις ή περισσότεροι αγωγοί.

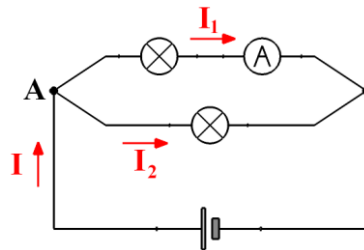
Κλάδος ονομάζεται, κάθε τμήμα του κυκλώματος που βρίσκεται μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων.

Όλα τα σημεία του ίδιου κλάδου, διαρρέονται από το ηλεκτρικό ρεύμα ίδιας έντασης.

Σύμφωνα με τον πρώτο κανόνα του Kirchhoff, το άθροισμα των εντάσεων  $I_{\text{εισ}}$  των ρευμάτων που εισέρχονται σε ένα κόμβο, είναι ίσο με το άθροισμα των εντάσεων  $I_{\text{εξ}}$  των ρευμάτων που εξέρχονται απ' αυτόν.

Στο κύκλωμα του σχήματος, στον κόμβο Α:

$$I = I_1 + I_2.$$





### **Βολτόμετρο**

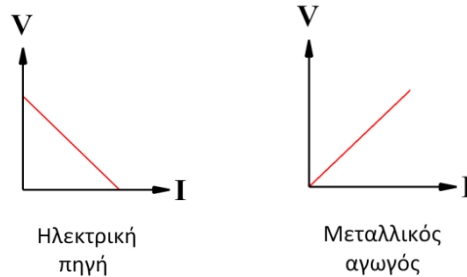
Τα βολτόμετρα (V) είναι όργανα που η ένδειξή τους ισούται με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα τους. Τα άκρα τους συνδέονται στα άκρα της συσκευής (παράλληλη σύνδεση) μετρώντας έτσι και τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της συσκευής που μας ενδιαφέρει.

### **Δίπολα**

Δίπολο ονομάζουμε κάθε στοιχείο του κυκλώματος που στα άκρα του υπάρχει διαφορά δυναμικού.

Χαρακτηριστική καμπύλη διπόλου ονομάζουμε το διάγραμμα της τάσης στα άκρα του, σε συνάρτηση με την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.

Μορφές χαρακτηριστικής καμπύλης διπόλων.



## **3.2.4 Αντίσταση - Αντιστάτες**

### **Αντίσταση αγωγού**

Η ηλεκτρική αντίσταση ενός αγωγού ορίζεται ως το πηλίκο της τάσης V που εφαρμόζεται στα άκρα του, προς την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.

$$R = \frac{V}{I}$$

Η μονάδα μέτρησής της είναι το 1 Ohm (1Ω).

$$\text{Ισχύει: } 1\Omega = \frac{1V}{1A}$$

Η αντίσταση συμβολίζει όπως φαίνεται στο σχήμα.



### **Αίτια αντίστασης – αντιστάτης**

Η αντίσταση ενός αγωγού εκφράζει τη δυσκολία που παρουσιάζει ο αγωγός στην κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων. Οφείλεται στις συγκρούσεις των ηλεκτρονίων με τα ιόντα του μεταλλικού πλέγματος.

Αντιστάτης ονομάζεται ο μεταλλικός αγωγός που παρουσιάζει αντίσταση στο ηλεκτρικό ρεύμα.

### **Νόμος του Ohm για αντιστάτη**

Εφόσον η θερμοκρασία ενός μεταλλικού αγωγού διατηρείται σταθερή, η ένταση του ρεύματος  $I$  που τον διαρρέει, είναι ανάλογη προς τη διαφορά δυναμικού  $V$  που εφαρμόζεται στα άκρα του, με την  $R$  σταθερή.

$$I = \frac{V}{R}$$

Ο ορισμός της αντίστασης ( $R = V/I$ ), ισχύει για όλους τους αγωγούς, ενώ ο νόμος του Ohm μόνο για τους αγωγούς που η αντίστασή τους  $R$  είναι ανεξάρτητη της τάσης  $V$  στα άκρα του. Τέτοιοι αγωγοί είναι οι μεταλλικοί.

Αγωγοί που δεν υπακούουν στο νόμο Ohm είναι ηλεκτρονικές διατάξεις, όπως λυχνίες κενού, κρυσταλλικοί ανορθωτές, τρανζίστορς, κ.λ.π.

### **Παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η αντίσταση του αγωγού**

Η αντίσταση ενός αγωγού:

- α.** Εξαρτάται από το υλικό του.
- β.** Είναι ανάλογη του μήκους του  $l$ .
- γ.** Είναι αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού διατομής του  $s$ .
- δ.** Εξαρτάται από τη θερμοκρασία.

Ισχύει:  $R = \rho \frac{l}{s}$  όπου  $\rho$ : η ειδική αντίσταση του υλικού του αγωγού

Η ειδική αντίσταση του αγωγού εξαρτάται από το υλικό και τη θερμοκρασία του.

Η μονάδα μέτρησης της ειδικής αντίστασης είναι το  $1 \Omega \cdot m$ .

### **Μεταβολή της αντίστασης με τη θερμοκρασία**

Η αντίσταση ενός αγωγού μεταβάλλεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Δεχόμαστε ότι το μήκος και το εμβαδόν της διατομής του αγωγού δεν μεταβάλλονται με την αύξηση της θερμοκρασίας. Αν  $\rho_0$  η ειδική αντίσταση του αγωγού στους  $0^\circ\text{C}$ , τότε στους  $\theta^\circ\text{C}$  η ειδική αντίσταση είναι:

$$\rho_\theta = \rho_0(1 + \alpha\theta), \quad \text{όπου } \alpha: \text{ ο θερμοκός συντελεστής αντίστασης} \\ \text{(εξαρτάται από τη φύση του υλικού)}$$

Η αντίσταση του αγωγού είναι:

$$\text{στους } 0^\circ\text{C}: \quad R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}$$

$$\text{στους } \theta^\circ\text{C}: \quad R_\theta = \rho_\theta \frac{l}{S} \quad \Rightarrow \\ = \rho_0(1 + \alpha\theta) \frac{l}{S} \quad \Rightarrow$$

$$R_\theta = R_0(1 + \alpha\theta)$$

### **Τιμές του θερμοκός συντελεστή αντίστασης για διάφορα υλικά**

Ο θερμοκός συντελεστής  $\alpha$ :

- α.** για τα καθαρά μέταλλα είναι  $\alpha > 0$ , οπότε αύξηση της θερμοκρασίας του, προκαλεί και αύξηση της αντίστασης.
- β.** για τον άνθρακα (γραφίτη), τους ημιαγωγούς και τους ηλεκτρολύτες είναι  $\alpha < 0$ , οπότε αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μείωση της αντίστασης.
- γ.** για ορισμένα κράματα όπως η κωνσταντίνη, η μαγγανίνη και η χρωμονικελίνη, είναι πρακτικά  $\alpha = 0$ .

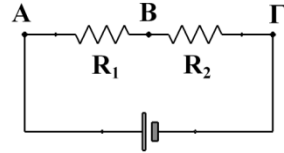
Μεταβολή της θερμοκρασίας, δεν προκαλεί καμία μεταβολή στην αντίσταση.

### 3.2.5 Συνδεσμολογία αντιστατών (αντιστάσεων)

#### Σύνδεση αντιστατών σε σειρά

Συνδέουμε δύο αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  σε σειρά, όπως φαίνεται στο σχήμα και στα άκρα τους εφαρμόζουμε τάση  $V_{ολ}$ .

Οι δύο αντιστάτες διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα  $I$ , ενώ οι τάσεις στα άκρα τους αθροίζονται σε:  $V_{ολ} = V_1 + V_2$



Για τον αντιστάτη  $R_1$  ισχύει:  $V_1 = V_A - V_B = I \cdot R_1$

Για τον αντιστάτη  $R_2$  ισχύει:  $V_2 = V_B - V_\Gamma = I \cdot R_2$

Προσθέτοντας κατά μέλη:  $V_1 + V_2 = V_A - V_\Gamma = V_{A\Gamma} = V_{ολ}$

Άρα:  $V_{ολ} = V_1 + V_2$  ( $V_{ολ} = I \cdot R_{ολ}$ )  
 $I \cdot R_{ολ} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2$   
 $R_{ολ} = R_1 + R_2$

#### Παράλληλη σύνδεση αντιστατών

Συνδέουμε δύο αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  παράλληλα, όπως φαίνεται στο σχήμα και στα άκρα τους εφαρμόζουμε τάση  $V_{ολ}$ .

Οι δύο αντιστάτες έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους  $V$ , ενώ οι εντάσεις των ρευμάτων που τους διαρρέουν είναι  $I_1$  και  $I_2$ .

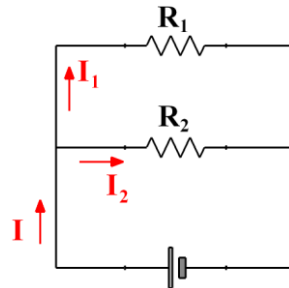
Για τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  ισχύει:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

Για τον ολικό αντιστάτη  $R_{ολ}$  ισχύει:  $I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}}$

Σύμφωνα με τον 1<sup>ο</sup> κανόνα Kirchhoff:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

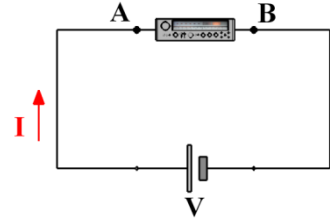


### 3.2.7 Ενέργεια και ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος

#### Ενέργεια στα άκρα συσκευής

Έστω ότι έχουμε μια συσκευή που διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$ , ενώ στα άκρα της υπάρχει διαφορά δυναμικού  $V_{AB}$ .

Το έργο που απαιτείται για τη μεταφορά ενός φορτίου από το A στο B, είναι:



$$\left. \begin{array}{l} W = q \cdot V_{AB} \\ \text{όμως: } q = I \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow W = I \cdot t \cdot V_{AB}$$

Το έργο  $W$  εκφράζει την ενέργεια  $U$  που προσφέρθηκε από το ηλεκτρικό πεδίο, για τη μεταφορά του φορτίου  $q$ . Άρα η ενέργεια που μεταβιβάζεται στη συσκευή AB, σε χρόνο  $t$ , είναι:  $U = I \cdot V_{AB} \cdot t$

Η παραπάνω ενέργεια μετατρέπεται από τη συσκευή σε άλλες μορφές ενέργειας (κινητική, χημική, θερμική).

Αν η συσκευή είναι ωμικός αντιστάτης, μπορούμε σύμφωνα με το νόμο του Ohm ( $I = V/R$ ) να καταλήξουμε στις σχέσεις:

$$W = I^2 \cdot R \cdot t \quad \text{και} \quad W = \frac{V^2}{R} t$$

#### Ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος

Ισχύς  $P$  του ηλεκτρικού ρεύματος (ή ηλεκτρική ισχύς) ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της ενέργειας  $W$ , που προσφέρει το ηλεκτρικό ρεύμα σε χρόνο  $t$ , προς το χρόνο αυτό.

$$P = \frac{W}{t}$$

Η μονάδα μέτρησης της ισχύος στο (S.I.) είναι το 1 Watt (1W).

Η ηλεκτρική ισχύς είναι ίση με 1W αν σε κάθε sec, η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια είναι ίση με 1J.

Αν η συσκευή είναι ωμικός αντιστάτης, μπορούμε σύμφωνα με το νόμο του Ohm ( $I = V/R$ ) να καταλήξουμε στις σχέσεις:

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{και} \quad P = \frac{V^2}{R}$$

### **Κόστος λειτουργίας συσκευής**

Η ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή είναι ίση με 1Wh (βατώρα), αν η ισχύς που καταναλώνει είναι 1W και λειτουργεί για χρόνο ίσο με 1h.

$$1\text{Wh} = 1\text{W}\cdot 1\text{h} = 1\text{W}\cdot 3600\text{s} = 3600\text{W}\cdot\text{s} = 3600\text{J}$$

Η ενέργεια που καταναλώνει μια συσκευή είναι ίση με 1kWh (κιλοβατώρα), αν η ισχύς που καταναλώνει είναι 1kW (=1000W) και λειτουργεί για χρόνο ίσο με 1h

$$1\text{kWh} = 1\text{kW}\cdot 1\text{h} = 10^3\text{W}\cdot 3600\text{s} = 36\cdot 10^5\text{W}\cdot\text{s} = 36\cdot 10^5\text{J}$$

### **Φαινόμενο Joule, νόμος Joule**

Φαινόμενο Joule ονομάζουμε την αύξηση της θερμοκρασίας των αγωγών, όταν διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα.

Εμφανίζεται σε αντιστάτες, ηλεκτρικές πηγές, ηλεκτροκινητήρες, κ.α. Ειδικά για τους αντιστάτες αποτελεί το μοναδικό ενεργειακό μετασχηματισμό.

Σύμφωνα με το νόμο Joule:

Το ποσό της θερμότητας  $Q$  που εκλύεται σ' ένα μεταλλικό αγωγό (αντιστάτη) σταθερής θερμοκρασίας ο οποίος διαρρέεται από συνεχές ρεύμα σταθερής έντασης, είναι ανάλογο του τετραγώνου της έντασης του ρεύματος, ανάλογο της αντίστασης  $R$  του αγωγού και ανάλογο του χρόνου  $t$  για τον οποίο ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα.

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

### **Ενδείξεις κανονικής λειτουργίας συσκευής**

Έστω ότι μια συσκευή έχει ενδείξεις:  $\alpha\text{W}$  /  $\beta\text{V}$ .

Αυτό σημαίνει ότι για τη σωστή λειτουργία της, απαιτείται τάση στα άκρα της  $\beta\text{V}$  (κανονική τάση λειτουργίας) και τότε, θα καταναλώνει ισχύ  $\alpha\text{W}$  (κανονική ισχύς λειτουργίας).

Αν στα άκρα της συσκευής εφαρμόσουμε τάση μικρότερη της κανονικής, τότε η συσκευή υπολειτουργεί χωρίς να κινδυνεύει να καταστραφεί. Αν εφαρμόσουμε τάση μεγαλύτερη της κανονικής, τότε η συσκευή υπερλειτουργεί κινδυνεύοντας να καταστραφεί.

### **Βραχυκύκλωμα**

Βραχυκύκλωμα ονομάζεται η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό αμελητέας αντίστασης.

Τα δύο σημεία, τότε, αποκτούν κοινό δυναμικό.

### **3.2.8 Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ) πηγής**

#### **Ορισμοί ηλεκτρεγερτικής δύναμης**

**A.** Ονομάζουμε ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)  $E$  μιας πηγής, το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της ηλεκτρικής ενέργειας  $W$  που προσφέρει η πηγή στο κύκλωμα μέσα σε κάποιο χρόνο, προς το φορτίο  $q$  που μετακινείται στο κύκλωμα στο χρόνο αυτό. 
$$E = \frac{W}{q}$$

**B.** Ηλεκτρεγερτική δύναμη (ΗΕΔ)  $E$  μιας πηγής, ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το σταθερό πηλίκο της ηλεκτρικής ισχύος που δίνει η πηγή στο κύκλωμα, προς την ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει την πηγή. 
$$E = \frac{P}{I}$$

Η ηλεκτρική πηγή είναι ενεργειακός μετατροπέας. Μετατρέπει ηλεκτρική ενέργεια, σε ενέργεια άλλης μορφής που μπορεί να είναι χημική, μηχανική κ.λ.π. Η μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το 1 Volt.

#### **Εσωτερική αντίσταση πηγής.**

Τα ηλεκτρικά φορτία κινούμενα προσανατολισμένα στο αγωγίμο υλικό που βρίσκεται στο εσωτερικό της πηγής, συναντούν κάποια δυσκολία. Γι' αυτό άλλωστε, όταν μια πηγή διαρρέεται από ρεύμα, παρατηρούμε ότι θερμαίνεται. Άρα, στο εσωτερικό της πηγής, υπάρχει αντίσταση που ονομάζεται *εσωτερική αντίσταση της πηγής* και συμβολίζεται με  $r$ .

Στο S.I. μετράται σε  $\Omega$ .

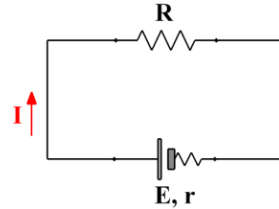
Η εσωτερική αντίσταση της πηγής, εκφράζει τη δυσκολία που συναντά το ηλεκτρικό ρεύμα όταν διέρχεται μέσα από αυτήν.

### 3.2.9 Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα

#### Νόμος του Ohm για κλειστό κύκλωμα

Στο κύκλωμα του σχήματος, η ενέργεια που προσφέρει η πηγή, μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια στον αντιστάτη R και στην εσωτερική της αντίσταση r.

Με βάση την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας έχουμε:



$$\begin{aligned}
 W &= Q_R + Q_r \\
 E \cdot I \cdot t &= I^2 \cdot R \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t \\
 E &= I \cdot R + I \cdot r \\
 E &= I \cdot (R + r) \\
 E &= I \cdot R_{ολ} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{E}{R_{ολ}}
 \end{aligned}$$

Η σχέση αυτή αναφέρεται στο νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα ο οποίος διατυπώνεται ως εξής:

Σε κάθε κλειστό κύκλωμα που περιλαμβάνει μια πηγή και στο εξωτερικό του μέρος μόνο ωμικές αντιστάσεις, η ένταση I του ρεύματος που διαρρέει την πηγή, είναι ίση με το πηλίκο της ΗΕΔ E της πηγής προς την ισοδύναμη (ολική) αντίσταση  $R_{ολ}$  όλου του κυκλώματος.

$$I = \frac{E}{R_{ολ}}$$

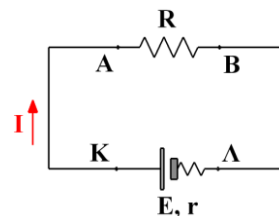
#### Τάση στους πόλους της πηγής

Στο κύκλωμα του σχήματος έχουμε για την τάση στους πόλους της πηγής:

$$V_{\pi} = V_K - V_{\Lambda} = V_A - V_{\Gamma}$$

Επίσης:  $V_A - V_{\Gamma} = I \cdot R_{εξ} = I \cdot R$  η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας της αντίστασης R του εξωτερικού κυκλώματος.

Άρα η πολική τάση είναι ίση με  $V_{\pi} = I \cdot R$





Με βάση την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας έχουμε:

$$\begin{aligned} W &= Q_R + Q_r \\ E \cdot I \cdot t &= I^2 \cdot R \cdot t + I^2 \cdot r \cdot t \\ E &= I \cdot R + I \cdot r \\ E &= V_\pi + I \cdot r \quad \Rightarrow \quad V_\pi = E - I \cdot r \end{aligned}$$

Άρα η τάση  $V_\pi$  στους πόλους της πηγής, είναι ίση με την ηλεκτρεγερτική της δύναμη  $E$ , ελαττωμένη κατά τον παράγοντα  $I \cdot r$  που λέγεται πτώση τάσης μέσα στην πηγή.

### **Τάυτιση πολικής τάσεων $V_\pi$ με την ηλεκτρεγερτική δύναμη $E$**

Η ΗΕΔ,  $E$  μιας πηγής, ισούται με την πολική τάση  $V_\pi$  αν η πηγή δεν διαρρέεται από ρεύμα ( $I = 0$ ) ή αν είναι ιδανική ( $r = 0$ ).

### **Ρεύμα βραχυκύκλωσης**

Ρεύμα βραχυκυκλώσεως  $I_\beta$  ονομάζουμε το ρεύμα που διαρρέει την πηγή, όταν βραχυκυκλωθούν οι δύο της πόλοι (όταν αποκτήσουν το ίδιο δυναμικό).

Σε αυτή την περίπτωση, δεν διαρρέεται από ρεύμα η αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος, οπότε σύμφωνα με το νόμο του Ohm για κλειστό κύκλωμα:

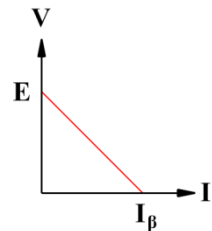
$$I = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} \quad \Rightarrow \quad I_\beta = \frac{E}{r}$$

Το παραπάνω ρεύμα είναι το μέγιστο που μπορεί να διαρρέει την πηγή.

### **Χαρακτηριστική καμπύλη πηγής**

Η χαρακτηριστική καμπύλη πηγής έχει τη μορφή του σχήματος.

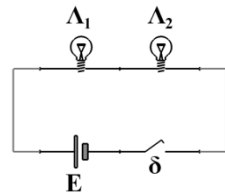
Παρατηρούμε ότι όταν το κύκλωμα της πηγής δεν διαρρέεται από ρεύμα, η τάση στα άκρα της είναι ίση με  $E$ , ενώ όταν η πηγή διαρρέεται από το ρεύμα βραχυκύκλωσης, η τάση στους πόλους της είναι ίση με μηδέν.



## ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

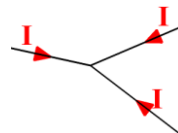
### Ερωτήσεις

- 1.1** Ποιές από τις παρακάτω θεωρούνται απαραίτητες προϋποθέσεις για την ύπαρξη ηλεκτρικού ρεύματος;
- Η ύπαρξη πηγής.
  - Η ύπαρξη κυκλώματος με ανοιχτό διακόπτη.
  - Η ύπαρξη διακόπτη.
  - Η ύπαρξη κλειστού κυκλώματος.
  - Η ύπαρξη αμπερομέτρου σε κάποιο σημείο του κυκλώματος.
- 1.2** Φορείς του κινούμενου φορτίου στα μέταλλα είναι:
- Αρνητικά μόνο ιόντα και ηλεκτρόνια.
  - Μόνο θετικά ιόντα.
  - Μόνο τα ελεύθερα ηλεκτρόνια.
  - Θετικά και αρνητικά ιόντα.
- 1.3** Πριν την εφαρμογή του ηλεκτρικού πεδίου, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των μεταλλικών αγωγών:
- Είναι ακίνητα.
  - Εκτελούν προσανατολισμένη κίνηση.
  - Κινούνται άτακτα.
  - Κινούνται με την ταχύτητα του φωτός.
- 1.4** Όταν έχουμε ηλεκτρικό ρεύμα στους μεταλλικούς αγωγούς, το ηλεκτρονικό αέριο μετακινείται με ταχύτητα:
- Της τάξης των km/s.
  - Της τάξης των mm/s.
  - Ίση με την ταχύτητα του φωτός.
  - Μεγαλύτερη από αυτήν της θερμικής τους κίνησης.
- 1.5** Συναρμολογούμε το παραπλεύρως κύκλωμα, που αποτελείται από 2 όμοιους λαμπτήρες  $\Lambda_1$  και  $\Lambda_2$ , την πηγή  $V$  και τον διακόπτη  $\delta$ . Κλείνοντας τον διακόπτη, το κύκλωμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα. Θα φωτοβολούν το ίδιο οι λαμπτήρες  $\Lambda_1$  και  $\Lambda_2$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



- 1.6** Όταν κλείσουμε τον διακόπτη στο κύκλωμα του προηγούμενου σχήματος, οι 2 λαμπτήρες  $\Lambda_1$  και  $\Lambda_2$ :
- Θα ανάψουν ταυτόχρονα.
  - Δεν θα ανάψουν ταυτόχρονα, θα ανάψει πρώτα ο  $\Lambda_1$  και μετά ο  $\Lambda_2$ .
- Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να την δικαιολογήσετε.
- 1.7** Σε ποιές από τις παρακάτω περιπτώσεις η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος ταυτίζεται με την φορά κίνησης του ηλεκτρικού φορτίου;
- Στην κίνηση των ελεύθερων ηλεκτρονίων στους μεταλλικούς αγωγούς.
  - Στην κίνηση των θετικών ιόντων στην συσκευή της ηλεκτρόλυσης.
  - Στην επιτάχυνση των ηλεκτρονίων στην συσκευή Roentgen.
- 1.8** Ποιός είναι ο ρόλος της πηγής στο ηλεκτρικό κύκλωμα;
- Παρέχει τα απαραίτητα ηλεκτρόνια για την δημιουργία του ηλεκτρικού ρεύματος.
  - Παρέχει το ηλεκτρικό πεδίο που ασκεί δύναμη στα ηλεκτρόνια των αγωγών.
  - Απωθεί τα ηλεκτρόνια και τα πρωτόνια σε αντίθετες κατευθύνσεις.
- 1.9** **I.** Σχεδιάστε την φορά της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα του σχήματος.  
**II.** Γιατί αφού τα ηλεκτρόνια κινούνται αργά, ο λαμπτήρας ανάβει ακαριαία με το κλείσιμο του διακόπτη;
- 1.10** 1 Ampere είναι:
- 1 C
  - 1 C/s
  - 1 C·s
  - 1 s/C
- 1.11** Το φορτίο που περνά από μια διατομή ενός αγωγού σε χρόνο  $t = 2\text{s}$  είναι  $6\text{C}$ .
- Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό είναι ..... A.
  - Σε χρόνο  $t = 6\text{s}$  το φορτίο που θα περάσει από τον αγωγό είναι ..... C, ενώ εκείνη την στιγμή η ένταση του ρεύματος θα είναι ..... A.

- 1.12** Που υπάρχει το λάθος στο σχήμα;



- 1.13** Ο ρόλος της ηλεκτρικής πηγής σε ένα κύκλωμα είναι:
- α. Να παράγει ηλεκτρικά φορτία.
  - β. Να δημιουργεί διαφορά δυναμικού.
  - γ. Να μετατρέπει την ηλεκτρική ενέργεια σε χημική.
  - δ. Να δημιουργεί ενέργεια από το μηδέν.
- 1.14** Στα ηλεκτρικά κυκλώματα η διαφορά δυναμικού:
- α. Είναι διανυσματικό μέγεθος.
  - β. Έχει πάντοτε θετική τιμή.
  - γ. Έχει τιμή αρνητική ή μηδέν.
  - δ. Αναφέρεται σε 2 σημεία του κυκλώματος.
- 1.15** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:
- α. Ηλεκτρικό ρεύμα ονομάζουμε ..... ηλεκτρικών φορτίων.
  - β. Έχει επικρατήσει ως φορά ρεύματος να θεωρείται η φορά κίνησης ..... φορτίου.
  - γ. Ένταση συνεχούς και σταθερού ηλεκτρικού ρεύματος ονομάζουμε το σταθερό πηλίκο ( $\alpha$ ) ..... προς ( $\beta$ ) .....
- 1.16** Τι είναι το δίπολο σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα;
- α. Στοιχείο που καταναλώνει ενέργεια.
  - β. Στοιχείο που διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα.
  - γ. Στοιχείο με διαφορά δυναμικού στα άκρα του.

### Προβλήματα

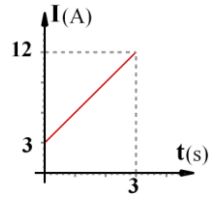
Σε όσα προβλήματα χρειαστεί, να χρησιμοποιηθεί το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο:  $q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$

- 1.17** Αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης 0.2A.
- α. Πόσο φορτίο περνά από μια διατομή του σε χρόνο  $t = 6s$ ;
  - β. Σε πόσο χρόνο περνά από μια διατομή του φορτίο ίσο με 8C;
- ( Απ: α. 1.2C β. 40s )
- 1.18** Από την διατομή ενός ρευματοφόρου αγωγού περνούν  $4 \cdot 10^{18}$  ηλεκτρόνια σε χρόνο 3.2s. Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.
- ( Απ: 0.2A )

**1.19** Αν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν μεταλλικό αγωγό μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος, υπολογίστε το φορτίο που περνά από μια διατομή του σε χρόνο:

- α.**  $t = 3\text{s}$                       **β.**  $t = 6\text{s}$

(Απ: **α.** 22.5C    **β.** 72C)



**1.20** Αν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει έναν αγωγό μεταβάλλεται με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση:  $I = 2t + 3$ , υπολογίστε την ποσότητα του φορτίου που περνά από μια διατομή του σε χρόνο  $t = 4\text{s}$ .

(Απ: 28C)

**1.21** Φορτίο  $q$  εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με συχνότητα  $\nu$ . Αποδείξτε ότι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που δημιουργεί η κίνησή του δίνεται από την σχέση:  $I = q\nu$ .

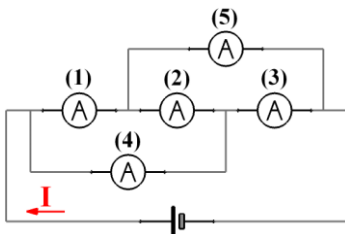
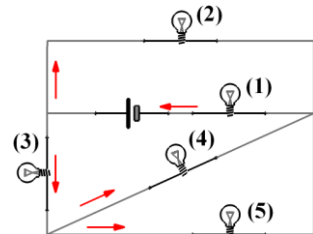
**1.22** Το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου περιστρέφεται σε απόσταση  $r = 0.53 \cdot 10^{-10}\text{m}$  από τον πυρήνα. Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που δημιουργεί η κίνησή του. Δίνεται η σταθερά Coulomb:  $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2$  και η μάζα του ηλεκτρονίου:  $m = 9.1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ .

(Απ:  $5 \cdot 10^{-14}\text{A}$ )

**1.23** Υπολογίστε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους λαμπτήρες (2) και (5), αν:

$I_1 = 6\text{A}, I_3 = 2\text{A}, I_4 = 1\text{A}$ .

(Απ:  $I_2 = 4\text{A}, I_5 = 1\text{A}$ )

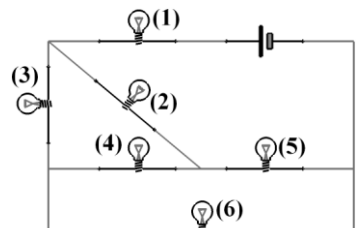


**1.24** Υπολογίστε τις ενδείξεις των αμπερομέτρων (1), (4) και (5) του σχήματος αριστερά, αν  $I = 10\text{A}, I_2 = 2\text{A}, I_3 = 3\text{A}$ .

(Απ:  $I_1 = 9\text{A}, I_4 = 1\text{A}, I_5 = 7\text{A}$ )

**1.25** Να υπολογιστούν οι εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους κλάδους του κυκλώματος, αν:  $I_1 = 10\text{A}, I_4 = 2\text{A}, I_6 = 3\text{A}$ .

(Απ:  $I_2 = 5\text{A}, I_3 = 5\text{A}, I_5 = 7\text{A}$ )

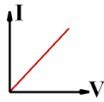


## ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ – ΝΟΜΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ – ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΕΩΝ

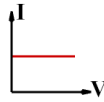
### Ερωτήσεις

- 2.1** Η αντίσταση ενός μεταλλικού αγωγού σταθερής θερμοκρασίας είναι:
- α.** Ανάλογη της τάσης που εφαρμόζουμε στα άκρα του.
  - β.** Αντιστρόφως ανάλογη της τάσης που εφαρμόζουμε στα άκρα του.
  - γ.** Ανεξάρτητη από την τιμή και την πολικότητα της τάσης που εφαρμόζουμε στα άκρα του.
  - δ.** Ανάλογη με το τετράγωνο της τάσης που εφαρμόζουμε στα άκρα του.
- 2.2** Η σχέση ορισμού της αντίστασης είναι:
- α.**  $R = I / V$       **β.**  $R = V / I$       **γ.**  $R = \rho l / S$       **δ.**  $R = IV$
- 2.3** Η αντίσταση ενός χάλκινου σύρματος που υπακούει στον νόμο του Ohm εξαρτάται από:
- α.** Την τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του.
  - β.** Την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
  - γ.** Την τάση και την ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
  - δ.** Την θερμοκρασία του.
- 2.4** Στα άκρα ενός χάλκινου σύρματος σταθερής θερμοκρασίας, εφαρμόζεται τάση  $V$ . Αν διπλασιάσουμε την τάση, τότε:
- α.** Θα διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος.
  - β.** Θα διπλασιαστεί η αντίσταση του σύρματος.
  - γ.** Θα διπλασιαστεί η ένταση του ρεύματος και η αντίσταση του σύρματος.
  - δ.** Θα υποδιπλασιαστεί η αντίσταση του σύρματος.
- 2.5** Στα άκρα μεταλλικού αγωγού αντίστασης  $R$  εφαρμόζουμε τάση  $V$ , οπότε διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I$ . Αν διπλασιάσουμε την τάση στα άκρα του:
- I.** Η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει:
- α.** Παραμένει σταθερή
  - β.** Διπλασιάζεται
  - γ.** Υποδιπλασιάζεται
- II.** Η αντίστασή του:
- α.** Παραμένει σταθερή
  - β.** Διπλασιάζεται
  - γ.** Υποδιπλασιάζεται

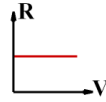
2.6 Ποιά από τα παρακάτω διαγράμματα αντιστοιχούν σε μεταλλικό αγωγό;



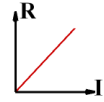
α.



β.



γ.

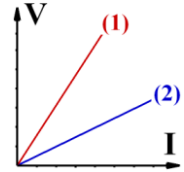


δ.



ε.

2.7 Οι χαρακτηριστικές καμπύλες δύο μεταλλικών αγωγών (1) και (2) δίνονται στο σχήμα. Ποιός από τους 2 παρουσιάζει μεγαλύτερη αντίσταση;



2.8 Η ειδική αντίσταση  $\rho$  ενός αγωγού εξαρτάται:

α. Από το υλικό του.

β. Από το υλικό και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του.

γ. Από το υλικό του, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά και την θερμοκρασία του.

δ. Από το υλικό του και την θερμοκρασία του.

2.9 Δύο ομογενείς χάλκινοι κυλινδρικοί αγωγοί A και B ίδιας θερμοκρασίας και ίδιου εμβαδού διατομής, έχουν μήκη  $L_A$  και  $L_B$ , αντίστοιχα με  $L_A = 2L_B$ . Οι αντιστάσεις  $R_A$  και  $R_B$  των αγωγών συνδέονται με την σχέση:

α.  $R_A = 2R_B$

β.  $R_B = 2R_A$

γ.  $R_B = 8R_A$

δ.  $R_A = R_B/4$

2.10 Οι αγωγοί A και B είναι από το ίδιο υλικό και παρουσιάζουν ίσες αντιστάσεις. Αν το μήκος του A είναι τετραπλάσιο από αυτό του B, τότε ποιά σχέση συνδέει τις ακτίνες διατομής τους  $r_A$  και  $r_B$ ;

α.  $r_A = 2r_B$

β.  $r_A = 4r_B$

γ.  $r_B = 2r_A$

δ.  $r_B = 4r_A$

2.11 Αν διπλώσουμε ένα σύρμα αντίστασης R, η αντίστασή του:

α. Παραμένει σταθερή.

δ. Τετραπλασιάζεται

β. Διπλασιάζεται

ε. Υποτετραπλασιάζεται

γ. Υποδιπλασιάζεται

2.12 Λειώνουμε σύρμα αντίστασης R και δημιουργούμε ένα νέο, διπλάσιου μήκους, αντίστασης  $R'$ . Ποιά από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστή;

α.  $R = R'$

δ.  $R = 2R'$

β.  $R' = 2R$

ε.  $R = 4R'$

γ.  $R' = 4R$

- 2.13** Όταν 2 αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  ( $R_1 \neq R_2$ ) συνδέονται σε σειρά:
- α. Έχουν στα άκρα τους ίδια τάση.
  - β. Διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.
  - γ. Καταναλώνουν την ίδια ηλεκτρική ενέργεια στην μονάδα του χρόνου.
  - δ. Η ισοδύναμη αντίστασή τους  $R$  προκύπτει από την σχέση:
- $$1/R = 1/R_1 + 1/R_2$$

- 2.14** Όταν 2 αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  ( $R_1 \neq R_2$ ) συνδέονται παράλληλα:
- α. Έχουν στα άκρα τους την ίδια τάση.
  - β. Διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.
  - γ. Καταναλώνουν την ίδια ηλεκτρική ενέργεια στην μονάδα του χρόνου.
  - δ. Η ισοδύναμη αντίστασή τους  $R$  προκύπτει από την σχέση:
- $$R = R_1 + R_2.$$

- 2.15 I.** Όταν συνδέουμε αντιστάτες σε σειρά, η ολική ένταση του ρεύματος:
- α. Αυξάνεται
  - β. Μειώνεται
  - γ. Παραμένει σταθερή.

- II.** Όταν συνδέουμε αντιστάτες παράλληλα, η ολική ένταση του ρεύματος:
- α. Αυξάνεται
  - β. Μειώνεται
  - γ. Παραμένει σταθερή.

- 2.16** Είναι δυνατόν 2 αντιστάτες να συνδέονται παράλληλα και να διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης; Αν ναι, πότε συμβαίνει αυτό;

### Προβλήματα

- 2.17** Στα άκρα αντιστάτη  $R = 10\Omega$  εφαρμόζουμε τάση  $220V$ .
- α. Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.
  - β. Πόσα ηλεκτρόνια περνούν από μια διατομή του σε  $10s$
- (Απ: α.  $22A$  β.  $1.375 \cdot 10^{21}$  ηλεκτρόνια)

- 2.18** Στα άκρα μεταλλικού αγωγού εφαρμόζουμε τάση  $V = 12V$ . Αν ελαττώσουμε την τάση κατά  $3V$ , η ένταση του ρεύματος ελαττώνεται κατά  $2A$ . Υπολογίστε την αντίσταση του αγωγού.
- (Απ:  $1.5\Omega$ )

- 2.19** Πόσα μέτρα χαλκού εμβαδού διατομής  $S = 3mm^2$  πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ώστε να πάρουμε αγωγό αντίστασης  $R = 17\Omega$ ; Δίνεται η ειδική αντίσταση του χαλκού:  $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot m$ .
- (Απ:  $3000m$ )



- 2.20** Έχουμε χάλκινο σύρμα μήκους  $l = 8\text{m}$  και εμβαδού διατομής  $S = 3.4\text{mm}^2$ . Εφαρμόζουμε στα άκρα του, τάση  $V = 12\text{V}$ .
- Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό.
  - Πόσα ηλεκτρόνια περνούν μέσα από αυτόν σε χρόνο  $t = 6\text{s}$ ;
- Δίνεται η ειδική αντίσταση του χαλκού:  $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .  
(Απ: **α.** 300A **β.**  $1.125 \cdot 10^{22}$  ηλεκτρόνια)
- 2.21** Χάλκινος αγωγός μήκους  $l = 6\text{m}$  και εμβαδού διατομής  $S = 3\text{mm}^2$  συνδέει τα 2 άκρα ενός κυκλώματος. Θέλουμε να αντικαταστήσουμε τον χάλκινο αγωγό, από έναν αγωγό αργιλίου, που να διαρρέεται από ρεύμα ίσης έντασης με τον πρώτο. Ποιό θα έπρεπε να είναι το εμβαδόν διατομής του νέου αγωγού; Δίνονται οι ειδικές θερμότητες του χαλκού:  $\rho_{\text{Χ}} = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  και του αργιλίου:  $\rho_{\text{Α}} = 2.8 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ .  
(Απ:  $4.94\text{mm}^2$ )
- 2.22** Δύο αντιστάτες  $R_1 = 10\Omega$  και  $R_2 = 20\Omega$  συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση  $V = 60\text{V}$ . Να βρείτε:
- Την ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των 2 αντιστατών.
  - Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.
  - Την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.
  - Την ενέργεια που μεταβιβάζεται στο σύστημα των 2 αντιστατών σε χρονικό διάστημα 1 min.
- (Απ: **α.** 30Ω **β.** 2A **γ.** 20V , 40V **δ.** 7200J)
- 2.23** Δύο αντιστάτες  $R_1 = 3\Omega$  και  $R_2 = 6\Omega$  συνδέονται παράλληλα, και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 18\text{V}$ . Υπολογίστε:
- Την ισοδύναμη αντίστασή τους.
  - Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε έναν από τους 2 αντιστάτες.
  - Την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_1$ .
  - Την θερμότητα που αναπτύσσεται στον  $R_2$  σε χρόνο  $t = 5\text{min}$ .
- (Απ: **α.** 2Ω **β.** 6A , 3A **γ.** 108W **δ.** 16.200J)
- 2.24** Δύο αντιστάτες  $R_1 = 6\Omega$  και  $R_2$  συνδέονται παράλληλα και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 12\text{V}$ . Αν οι 2 αντιστάτες διαρρέονται από ρεύματα ίσης έντασης, υπολογίστε:
- Την ολική αντίσταση του κυκλώματος.
  - Την ολική ένταση του ρεύματος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα.
- (Απ: **α.** 3Ω **β.** 4A)

**2.25** Πόσοι όμοιοι αντιστάτες  $R = 10\Omega$  πρέπει να συνδεθούν υπό τάση  $V = 60V$ , παράλληλα μεταξύ τους, ώστε η ένταση του ρεύματος που δίνει η πηγή στο κύκλωμα να είναι ίση με  $30A$ ;

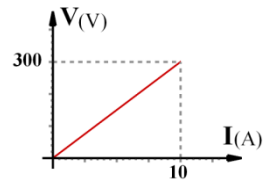
(Απ: 5)

**2.26** Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$  και  $R_3 = 1\Omega$  συνδέονται παράλληλα. Αν ο αντιστάτης  $R_1$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_1 = 4A$ , υπολογίστε:

- α. Τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$ .
- β. Την ισχύ στον αντιστάτη  $R_3$ .

(Απ: α.  $3A$ ,  $12A$  β.  $144W$ )

**2.27** Η χαρακτηριστική καμπύλη 2 αντιστατών συνδεδεμένων σε σειρά δίνεται στο σχήμα. Αν ο πρώτος αντιστάτης έχει αντίσταση  $R_1 = 10\Omega$ , υπολογίστε την αντίσταση του δεύτερου αντιστάτη. Πως συνδέονται οι 2 αντιστάτες μεταξύ τους;

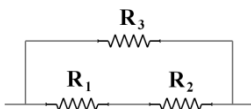


(Απ:  $20\Omega$ )

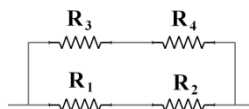
**2.28** Δύο αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  συνδέονται σε σειρά και η ολική τους αντίσταση είναι  $10\Omega$ . Αν συνδεθούν παράλληλα, η ολική τους αντίσταση είναι  $2.4\Omega$ . Υπολογίστε τις αντιστάσεις τους,  $R_1$  και  $R_2$ .

(Απ:  $4\Omega$ ,  $6\Omega$ )

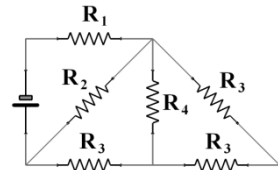
**2.29** Αν  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$  και  $R_4 = 6\Omega$ , υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση στα παρακάτω κυκλώματα.



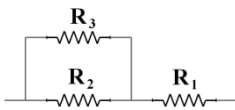
α.



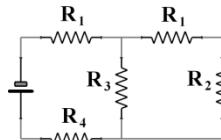
δ.



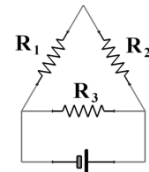
ζ.



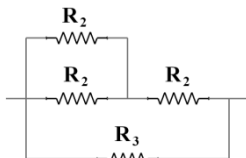
β.



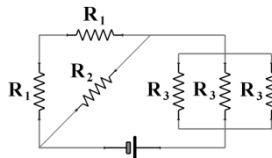
ε.



η.



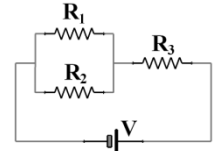
γ.



στ.

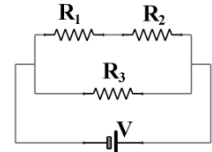
(Απ: α.  $1.5\Omega$  β.  $1.2\Omega$  γ.  $1.5\Omega$  δ.  $2.25\Omega$  ε.  $8.5\Omega$  στ.  $2\Omega$  ζ.  $2.5\Omega$  η.  $1.5\Omega$ )

- 2.30** Αν  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 4\Omega$ ,  $V = 12V$ , υπολογίστε την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη, καθώς και την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.



(Απ:  $I_1 = 4/3A$ ,  $I_2 = 2/3A$ ,  $I_3 = 2A$ ,  $V_1 = 4V$ ,  $V_2 = 4V$ ,  $V_3 = 8V$ )

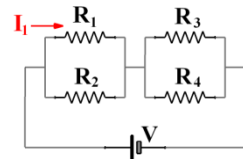
- 2.31** Αν  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 4\Omega$  και  $V = 12V$ , υπολογίστε την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη, καθώς και την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.



(Απ:  $I_1 = 3A$ ,  $V_1 = 6V$ ,  $I_2 = 3A$ ,  $V_2 = 6V$ ,  $I_3 = 3A$ ,  $V_3 = 12V$ )

- 2.32** Δίνονται:  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$ ,  $R_4 = 2\Omega$  και  $I_1 = 2A$ . Υπολογίστε:

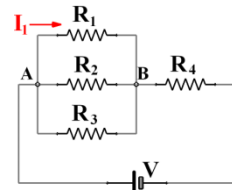
- Την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.
- Την τάση  $V$  του κυκλώματος.
- Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_3$ .



(Απ: **α.**  $3\Omega$  **β.**  $9V$  **γ.**  $1.5A$ )

- 2.39** Δίνονται:  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $R_3 = 2\Omega$  και  $I_1 = 4A$ . Αν η τάση στα άκρα του κυκλώματος είναι  $V = 48V$ , υπολογίστε:

- Την αντίσταση  $R_4$ .
- Την τάση  $V_{AB}$ .



(Απ: **α.**  $3\Omega$  **β.**  $12V$ )

- 2.40** Διαθέτουμε αρκετούς αντιστάτες των  $6\Omega$ . Προτείνετε κατάλληλη συνδεσμολογία ώστε ο ολικός αντιστάτης να είναι:

- $2\Omega$
- $1\Omega$
- $9\Omega$
- $25\Omega$
- $4\Omega$

- 2.41 I.** Αντίσταση  $R_1 = 100\Omega$  συνδέεται παράλληλα με αντίσταση  $R_2 = 25\Omega$ . Να βρείτε την τιμή μιας άλλης αντίστασης  $R_3$ , που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με τον συνδυασμό των  $R_1$  και  $R_2$ , ώστε η ισοδύναμη αντίσταση να είναι ίση με  $R_1$ .

- II.** Αντίσταση  $R_1 = 100\Omega$  συνδέεται σε σειρά με αντίσταση  $R_2 = 25\Omega$ . Να βρείτε την τιμή μιας άλλης αντίστασης  $R_3$ , που πρέπει να συνδέσουμε παράλληλα με τον συνδυασμό των  $R_1$  και  $R_2$ , ώστε η ισοδύναμη αντίσταση να είναι ίση με  $R_1$ .

(Απ:  $80\Omega$ ,  $500\Omega$ )

## ΕΝΕΡΓΕΙΑ – ΙΣΧΥΣ ΗΛΕΚΤΡΙΣΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

### Ερωτήσεις

**3.1** Να αντιστοιχίσετε τα φυσικά μεγέθη της αριστερής στήλης με τα σύμβολά τους στην μεσαία και τις μονάδες μέτρησής τους στην δεξιά.

<b>α.</b> ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	<b>a.</b> P	<b>i.</b> Volt
<b>β.</b> τάση	<b>b.</b> Q	<b>ii.</b> $\Omega \cdot m$
<b>γ.</b> ισχύς	<b>c.</b> I	<b>iii.</b> $\Omega$
<b>δ.</b> αντίσταση	<b>d.</b> R	<b>iv.</b> Joule
<b>ε.</b> ειδική αντίσταση	<b>e.</b> V	<b>v.</b> A
<b>στ.</b> θερμότητα	<b>f.</b> $\rho$	<b>vi.</b> W

**3.2** Το φαινόμενο Joule εμφανίζεται:

- α.** Σε κάθε συσκευή στην οποία οι ρευματοφόροι αγωγοί έχουν έστω και μία μικρή ωμική αντίσταση.
- β.** Μόνο στους ηλεκτρικούς λαμπτήρες.
- γ.** Μόνο στους αγωγούς που υπακούουν στον νόμο του Ohm.
- δ.** Μόνο στο εσωτερικό των ηλεκτρικών πηγών.

**3.3** Οι μετρητές της ΔΕΗ (ρολόγια) μετρούν:

- α.** Το φορτίο που καταναλώνουμε.
- β.** Το ρεύμα που καταναλώνουμε.
- γ.** Την ενέργεια που καταναλώνουμε.
- δ.** Την ισχύ που καταναλώνουμε.

**3.4** Πόσα Joule έχει μια κιλοβατώρα; (1 kWh)

**3.5** Δύο αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$ , ( $R_1 > R_2$ ), συνδέονται σε σειρά. Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

- α.** Ο πρώτος αντιστάτης καταναλώνει περισσότερη ισχύ από τον δεύτερο.
- β.** Η τάση στα άκρα του πρώτου αντιστάτη είναι μεγαλύτερη από την αντίστοιχη του δεύτερου.
- γ.** Οι 2 αντιστάτες δεν διαρρέονται από ρεύματα ίσων εντάσεων γιατί δεν έχουν ίσες αντιστάσεις.
- δ.** Οι 2 αντιστάτες έχουν ίσες τάσεις στα άκρα τους.

**3.6** Δύο αντιστάτες R και 2R συνδέονται μεταξύ τους παράλληλα. Να εξετάσετε σε ποιόν αντιστάτη η κατανάλωση ισχύος είναι μεγαλύτερη.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**Προβλήματα**

**3.7** Ένας ηλεκτρικός θερμαντήρας ισχύος 480W είναι σχεδιασμένος να λειτουργεί με τάση 120V.

- α.** Πόση είναι η αντίσταση του θερμαντήρα;
- β.** Πόση είναι η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει;
- γ.** Πόση ισχύς καταναλίσκει ο θερμαντήρας αν η τάση στα άκρα του γίνει 90V;

Υποθέτουμε ότι η αντίστασή του παραμένει σταθερή.

(Απ: **α.** 30Ω **β.** 4A **γ.** 270W)

**3.8** Ένας αντιστάτης του οποίου η αντίσταση είναι 10kΩ, καταναλώνει 4W.

- α.** Πόση είναι η τάση στα άκρα του;
- β.** Πόση ισχύ καταναλώνει, αν στα άκρα του εφαρμοστεί τάση 100V;

(Απ: **α.** 200V **β.** 1W)

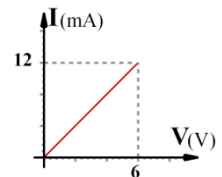
**3.9** Στα άκρα ωμικού αγωγού μήκους  $l = 1\text{m}$  και εμβαδού διατομής  $S = 2\text{mm}^2$ , εφαρμόζουμε τάση 0.5V. Σε πόσο χρόνο θα αναπτυχθεί θερμότητα  $Q = 1000\text{J}$ ;

Δίνεται η ειδική αντίσταση του αγωγού,  $2 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$ .

(Απ: 40s)

**3.10** Η ένταση που διαρρέει έναν ωμικό αγωγό σε συνάρτηση με την τάση στα άκρα του, δίνεται στο σχήμα.

- α.** Να υπολογιστεί η αντίστασή του.
- β.** Αν στα άκρα του εφαρμόσουμε τάση 18V, να υπολογίσετε το ποσό της θερμικής ενέργειας που αναπτύσσεται σε 1h.



(Απ: **α.** 500Ω **β.** 2332.8J)

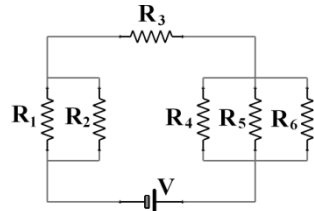
**3.11** Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  και  $R_3$ , συνδέονται σε σειρά, και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 90\text{V}$ .

Αν η τάση στα άκρα της  $R_3$  είναι  $V_3 = 40\text{V}$ , υπολογίστε:

- α.** Την  $R_3$ .
- β.** Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- γ.** Την τάση στα άκρα της  $R_1$ .
- δ.** Την θερμότητα που αναπτύσσεται στην  $R_2$  σε χρόνο  $t = 1\text{min}$ .

(Απ: **α.** 4Ω **β.** 10A **γ.** 20V **δ.** 18.000J)

- 3.12** Δίνονται:  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 2\Omega$ ,  $R_3 = 1\Omega$ ,  $R_4 = R_5 = R_6 = 9\Omega$ . Αν η ισχύς που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_1$  είναι  $18W$ , υπολογίστε:
- Την τάση  $V$ .
  - Την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_5$ .



(Απ: **α.**  $30V$  **β.**  $36W$ )

- 3.13** Συσκευή λειτουργεί υπό τάση  $220V$  και διαρρέεται από ρεύμα  $0.5A$ . Υπολογίστε:
- Την ισχύ της συσκευής.
  - Την ενέργεια που καταναλώνει η συσκευή σε  $3h$ , σε  $kWh$ .

(Απ: **α.**  $110W$  **β.**  $0.33kWh$ )

- 3.14** Στο σπίτι μας λειτουργούν ταυτόχρονα: 2 λαμπτήρες με ενδείξεις:  $220V/60W$ , 1 ηλεκτρική κουζίνα με ενδείξεις:  $220V/2200W$  και 1 πλυντήριο με ενδείξεις:  $220V/1500W$ . Να υπολογιστούν:
- Η ενέργεια που καταναλώνει ο κάθε λαμπτήρας σε  $1h$ .
  - Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε συσκευή.
  - Σε πόσο χρόνο οι παραπάνω συσκευές θα καταναλώσουν  $11.46kWh$ ;

(Απ: **α.**  $216kJ$  **β.**  $I_\lambda = 3/11A$ ,  $I_k = 10A$ ,  $I_\pi = 75/11A$  **γ.**  $3h$ )

- 3.15** 4 λαμπτήρες ενδείξεων  $220V/60W$  συνδέονται παράλληλα μεταξύ τους και λειτουργούν κανονικά.
- Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον καθένα από αυτούς.
  - Υπολογίστε την ολική ένταση του ρεύματος που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα.
  - Πόση ενέργεια καταναλώνουν οι 4 λαμπτήρες σε  $4h$ ;

(Απ: **α.**  $3/11A$  **β.**  $12/11A$  **γ.**  $0.96kWh$ )

- 3.16** Οι ενδείξεις μιας συσκευής είναι  $220V/110W$ .
- Υπολογίστε την αντίστασή της.
  - Υπολογίστε την ενέργεια που καταναλώνει σε  $kWh$  όταν λειτουργεί επί  $4h$ .

(Απ: **α.**  $440\Omega$  **β.**  $0.44kWh$ )

- 3.17** Συσκευή αντίστασης  $R = 55\Omega$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $4A$  και λειτουργεί κανονικά.
- Υπολογίστε τις ενδείξεις σωστής λειτουργίας της.
  - Πόση θερμική ενέργεια αναπτύσσεται στην συσκευή σε χρόνο  $t = 2h$ ;

(Απ: **α.**  $220V/880W$  **β.**  $1.76kWh$ )

**3.18** Θερμαντική συσκευή έχει ονομαστικά στοιχεία λειτουργίας 100V/50W.

**α.** Να βρείτε την αντίσταση  $R_{\Sigma}$  της θερμαντικής συσκευής.

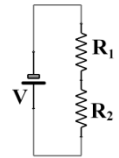
**β.** Να βρείτε την αντίσταση  $R$  του αντιστάτη που πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά με την συσκευή, ώστε να λειτουργεί κανονικά, αν στα άκρα του συστήματος εφαρμοστεί τάση  $V = 200V$ .

**γ.** Αν διαθέτουμε αντιστάτες με αντίσταση  $R_1 = 20\Omega$  ο καθένας, πόσους πρέπει να συνδέσουμε σε σειρά μεταξύ τους για να προκύψει η αντίσταση  $R_1$ ;

(Απ: **α.** 200Ω **β.** 200Ω **γ.** 10)

**3.19** Υπολογίστε την αντίσταση  $R_2$ , ώστε όταν συνδέσουμε στα άκρα της συσκευή "12V/12W", να λειτουργεί κανονικά.

Δίνονται:  $V = 20V$ ,  $R_1 = 4\Omega$ .



(Απ: 12Ω)

## ΗΛΕΚΤΡΕΓΕΡΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΗΓΗΣ

### Ερωτήσεις

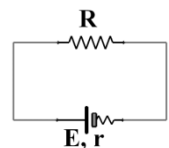
- 4.1** Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας γεννήτριας είναι:
- α.** Η ηλεκτρική δύναμη που ασκεί στα φορτία για να τα θέτει σε κίνηση.
  - β.** Η ενέργεια που καταναλώνει στο εσωτερικό της.
  - γ.** Η ενέργεια που παρέχει στο κύκλωμα.
  - δ.** Ανεξάρτητη της έντασης του ρεύματος που την διαρρέει.
- 4.2** Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
- α.** Η πολική τάση  $V_{\pi}$  της πηγής είναι μεγαλύτερη από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.
  - β.** Η πολική τάση  $V_{\pi}$  της πηγής είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.
  - γ.** Η πολική τάση  $V_{\pi}$  της πηγής είναι μικρότερη από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.
  - δ.** Η πολική τάση  $V_{\pi}$  της πηγής είναι μικρότερη ή ίση από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.
- 4.3** Η πολική τάση μιας πηγής ισούται με την ηλεκτρεγερτική της δύναμη:
- α.** Όταν δεν διαρρέεται από ρεύμα.
  - β.** Όταν είναι βραχυκυκλωμένη.
  - γ.** Σε κάθε περίπτωση.
  - δ.** Ουδέποτε.
- 4.4** Αντιστάτης συνδέεται στους πόλους μιας γεννήτριας που έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Αν συνδέσουμε σε σειρά με τον αντιστάτη άλλον όμοιο αντιστάτη, τότε η ένταση του ρεύματος:
- α.** Θα διπλασιαστεί.
  - β.** Θα υποδιπλασιαστεί.
  - γ.** Θα παραμείνει σταθερή.
  - δ.** Θα τετραπλασιαστεί.
- 4.5** Ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;
- α.** Το γινόμενο της πολικής τάσης  $V_{\pi}$  μιας γεννήτριας επί την ένταση  $I$  του ρεύματος που τη διαρρέει, εκφράζει την ανά μονάδα χρόνου ενέργεια που προσφέρεται από τη γεννήτρια στο εξωτερικό κύκλωμα.
  - β.** Σε ένα κλειστό κύκλωμα με πηγή  $(E, r)$  και αντιστάτη  $R$ , η πολική τάση της πηγής είναι μικρότερη από την ηλεκτρεγερτική της δύναμη.



- γ. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής εκφράζει την ανά μονάδα φορτίου ποσότητα ολικής ενέργειας με την οποία αυτή τροφοδοτεί το κύκλωμα.
- δ. Οι μπαταρίες μετατρέπουν την χημική ενέργεια σε ηλεκτρική.
- 4.6** Η τάση στους πόλους της πηγής είναι:  $V = 60 - 6I$
- α. Η ηλεκτρεγερτική της δύναμη είναι ..... V.
- β. Η εσωτερική της αντίσταση είναι .....  $\Omega$ .
- γ. Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως είναι ..... A.

### Προβλήματα

- 4.7** Ηλεκτρική πηγή ΗΕΔ  $E = 12V$  και εσωτερικής αντίστασης  $r = 2\Omega$ , συνδέεται με αντιστάτη  $R = 4\Omega$ . Να βρείτε:
- α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.
- β. Την πολική τάση της πηγής.
- γ. Την ολική ηλεκτρική ισχύ του κυκλώματος.
- δ. Την ισχύ που προσφέρεται στο εξωτερικό κύκλωμα.
- ε. Την μεταβιβαζόμενη ενέργεια στον αντιστάτη σε χρόνο  $t = 100s$ .  
(Απ: α. 2A β. 8V γ. 24W δ. 16W ε. 1600J)
- 4.8** Η τάση στους πόλους μιας πηγής όταν αυτή δεν διαρρέεται από ρεύμα είναι  $V = 18V$ , ενώ η ένταση του ρεύματος βραχυκύκλωσης είναι  $I_{\beta} = 18A$ . Συνδέουμε τους πόλους της πηγής με αντιστάτη  $R = 5\Omega$ . Να βρείτε:
- α. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη.
- β. Την ενέργεια που μεταβιβάζεται στον αντιστάτη σε χρόνο  $t = 10min$ .  
(Απ: α. 3A β. 27.000J)
- 4.9** Στο κύκλωμα του σχήματος, ο αντιστάτης διαρρέεται από ρεύμα έντασης 1A, και η τάση στους πόλους της πηγής είναι 20V. Αν το ρεύμα βραχυκύκλωσης είναι 2A, υπολογίστε:
- α. Την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής και την εσωτερική της αντίσταση.
- β. Την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.
- γ. Το ποσοστό απώλειας ισχύος στην εσωτερική αντίσταση  $r$ .
- δ. Την θερμότητα που αναπτύσσεται στο εξωτερικό κύκλωμα σε 1min.  
(Απ: α. 40V , 20 $\Omega$  β. 20W γ. 50% δ. 1.200J)

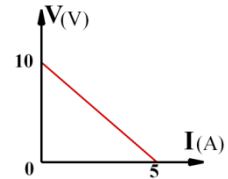


**4.10** Δύο αντιστάτες αντιστάσεων  $R_1 = 3\Omega$  και  $R_2 = 6\Omega$ , συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους συνδέουμε πηγή  $E = 12V$ . Αν η τάση στα άκρα της  $R_1$  είναι  $3V$ , υπολογίστε:

- α. Την εσωτερική αντίσταση της πηγής.
- β. Την τάση στους πόλους της.

(Απ: α.  $3\Omega$  β.  $9V$ )

**4.11** Η χαρακτηριστική καμπύλη μιας ηλεκτρικής πηγής ( $E, r$ ) δίνεται στο σχήμα. Όταν η ένταση του ρεύματος που η πηγή παρέχει στο εξωτερικό κύκλωμα είναι  $I = 2A$ , υπολογίστε:



- α. Την τάση στους πόλους της.
- β. Την ολική της ισχύ.
- γ. Την ισχύ που καταναλώνεται στο εξωτερικό κύκλωμα.
- δ. Αν το εξωτερικό κύκλωμα αποτελείται από 2 αντιστάτες,  $R_1 = 6\Omega$  και  $R_2$ , υπολογίστε την αντίσταση  $R_2$ .

(Απ: α.  $6V$  β.  $20W$  γ.  $12W$  δ.  $6\Omega$ )

**4.12** Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 20\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$  και  $R_3 = 4\Omega$  συνδέονται παράλληλα προς τους πόλους πηγής ΗΕΔ  $E = 20V$  και εσωτερικής αντίστασης  $r$ . Ο αντιστάτης  $R_2$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2 = 2A$ . Να βρείτε:

- α. Την ισοδύναμη αντίσταση των τριών αντιστατών.
- β. Την πολική τάση της πηγής.
- γ. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_3$ .
- δ. Την εσωτερική αντίσταση της πηγής.

(Απ: α.  $2\Omega$  β.  $10V$  γ.  $0.5A, 2.5A$  δ.  $2\Omega$ )

**4.13** Όταν μια πηγή  $\Pi$  άγνωστης ηλεκτρεγερτικής δύναμης, και εσωτερικής αντίστασης  $r = 2\Omega$  τροφοδοτεί αντιστάτη  $R$ , μετράμε ένταση ρεύματος  $I_1 = 3A$ . Συνδέουμε σε σειρά με τον αντιστάτη  $R$  έναν άλλον αντιστάτη  $R_1 = 10\Omega$ . Το δίπολο που σχηματίζεται το συνδέουμε στους πόλους της πηγής  $\Pi$  και μετράμε ένταση ρεύματος  $I_2 = 2A$ . Να βρείτε:

- α. Την αντίσταση  $R$ .
- β. Την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής.

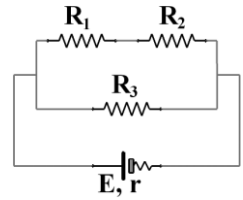
(Απ: α.  $18\Omega$  β.  $60V$ )

**4.14** Ηλεκτρική πηγή, όταν συνδέεται με αντιστάτη  $R_1 = 4\Omega$ , παρέχει ρεύμα  $I_1 = 2A$ , ενώ όταν συνδέεται με  $R_2 = 9\Omega$  παρέχει ρεύμα  $I_2 = 1A$ . Να βρείτε:

- α. Την εσωτερική αντίσταση  $r$  της πηγής.
- β. Την ΗΕΔ  $E$  της πηγής.

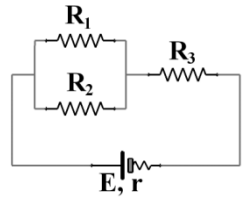
(Απ: α.  $1\Omega$  β.  $10V$ )

- 4.15** Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$ ,  $r = 1\Omega$ ,  $E = 12V$ . Να υπολογιστούν:
- Η ολική αντίσταση του κυκλώματος.
  - Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_3$ .
  - Η τάση στους πόλους της πηγής.
  - Το ποσοστό % απώλειας της ολικής ισχύος της πηγής.
  - Το ρεύμα βραχυκύκλωσης.



(Απ: **α.**  $3\Omega$  **β.**  $8/3A$  **γ.**  $8V$  **δ.**  $33.3\%$  **ε.**  $12A$ )

- 4.16** Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $R_2 = 4\Omega$ ,  $R_3 = 3\Omega$ ,  $r = 1\Omega$ . Αν ο αντιστάτης  $R_2$  διαρρέεται από ρεύμα  $2A$ , ενώ στον  $R_1$  καταναλώνεται ισχύς  $16W$ , υπολογίστε:
- Την ηλεκτρεγερτική δύναμη της πηγής.
  - Το ρεύμα βραχυκύκλωσης.
  - Την ισχύ που παρέχει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.



(Απ: **α.**  $24V$  **β.**  $24A$  **γ.**  $80W$ )

- 4.17** Δύο αντιστάτες  $R_1 = 3\Omega$  και  $R_2 = 6\Omega$  συνδέονται παράλληλα προς τους πόλους πηγής εσωτερικής αντίστασης  $r = 1\Omega$ . Αν ο αντιστάτης  $R_2$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2 = 1A$ , να βρείτε:
- Την ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  της πηγής.
  - Την ισχύ που δίνει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.
  - Την ολική ηλεκτρική ισχύ του κυκλώματος.
  - Την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντιστάτης.
  - Την ισχύ που καταναλώνεται στο εσωτερικό της πηγής.

(Απ: **α.**  $9V$  **β.**  $18W$  **γ.**  $27W$  **δ.**  $12W$ ,  $6W$  **ε.**  $9W$ )

- 4.18** Δύο αντιστάτες  $R_1 = 9\Omega$  και  $R_2 = 18\Omega$  συνδέονται παράλληλα και έχουν κοινά τα άκρα τους Α και Β. Το δίπολο που σχηματίζεται συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη ΒΓ αντίστασης  $R_3 = 3\Omega$ . Τα άκρα Α και Γ του νέου διπόλου που σχηματίζεται, συνδέονται μέσω διακόπτη, με τους πόλους ηλεκτρικής πηγής, ΗΕΔ  $E = 30V$  και εσωτερικής αντίστασης  $r$ . Αν ο αντιστάτης  $R_2$  διαρρέεται από ρεύμα έντασης  $I_2 = 1A$ , να βρείτε:
- Την εσωτερική αντίσταση της πηγής.
  - Την πολική τάση της πηγής.
  - Την ισχύ που προσφέρει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.
  - Την ισχύ που καταναλώνει κάθε αντιστάτης.

(Απ: **α.**  $1\Omega$  **β.**  $27V$  **γ.**  $81W$  **δ.**  $36W$ ,  $18W$ ,  $27W$ )

## ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Όπου χρειάζεται, να χρησιμοποιηθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10\text{m/s}^2$ .

1. Υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 4\text{m/s}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$ .
  - α. Σε πόσο χρόνο η ταχύτητα του κινητού θα διπλασιαστεί; Ποια θα είναι εκείνη τη στιγμή η μετατόπισή του;
  - β. Υπολογίστε την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει καθώς και τη μετατόπισή του τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$ .
  - γ. Για το χρονικό διάστημα από 0 έως 4s να σχεδιάσετε για το κινητό τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου καθώς και μετατόπισης – χρόνου.
  - δ. Υπολογίστε την ταχύτητα του κινητού όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 12\text{m}$ .
  - ε. Υπολογίστε τη μέση ταχύτητά του στα πρώτα 2s.  
(Απ: α. 2s , 12m β. 12m/s , 32m δ. 8m/s ε. 6m/s)
  
2. Υλικό σημείο κινείται με ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέτρου  $a = 2\text{m/s}^2$ .
  - α. Υπολογίστε την ταχύτητα και τη μετατόπισή του τη χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$ .
  - β. Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει; Ποια θα είναι τότε η μετατόπισή του;
  - γ. Να σχεδιάσετε για το κινητό από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά τα διαγράμματα
    - i. επιτάχυνσης – χρόνου
    - ii. ταχύτητας – χρόνου και
    - iii. μετατόπισης – χρόνου.
  - δ. Υπολογίστε τη μέση του ταχύτητα για το παραπάνω χρονικό διάστημα.
  - ε. Πόσα μέτρα θα διανύσει στο δεύτερο δευτερόλεπτο της κίνησής του;  
(Απ: α. 8m/s , 9m β. 5s , 25m δ. 5m/s ε. 7m)
  
3. Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση  $a = 2\text{m/s}^2$ , επί χρόνο  $t = 4\text{s}$ . Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα ομαλά επί χρόνο  $t' = 2\text{s}$ .
  - α. Ποια είναι η ταχύτητα του κινητού στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;
  - β. Υπολογίστε την ολική του μετατόπιση καθώς και τη μέση του ταχύτητα.
  - γ. Σχεδιάστε για την παραπάνω συνολική κίνηση τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου και μετατόπισης – χρόνου.  
(Απ: α. 8m/s β. 32m , 16/3m/s)

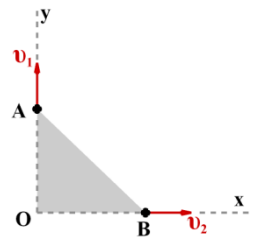
4. Υλικό σημείο κινείται με ευθύγραμμα ομαλά επί χρόνο  $t = 3s$  διανύοντας  $18m$ . Στη συνέχεια επιβραδύνεται με  $a = -2m/s^2$  μέχρι που σταματά.
- Επί πόσο χρόνο επιβραδύνεται; Ποια είναι η μετατόπισή του στο χρονικό διάστημα που επιβραδύνεται;
  - Υπολογίστε τη μέση του ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησής του.
  - Για την παραπάνω συνολική κίνηση σχεδιάστε τα διαγράμματα επιτάχυνσης – χρόνου, ταχύτητας – χρόνου καθώς και μετατόπισης – χρόνου.
  - Με τη βοήθεια του διαγράμματος ταχύτητας – χρόνου υπολογίστε τη συνολική μετατόπιση του κινητού.

(Απ: **α.**  $3s$  ,  $9m$  **β.**  $4.5m/s$  **δ.**  $27m$ )

5. Δύο υλικά σημεία κινούνται ευθύγραμμα και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  περνούν από το ίδιο σημείο της τροχιάς τους κινούμενα προς την ίδια φορά. Οι εξισώσεις κίνησης των δύο σωμάτων είναι:  $x_1 = 4t$  και  $x_2 = 2t^2$ . (S.I.).
- Ποια χρονική στιγμή θα ξανασυναντηθούν; Σε ποιο σημείο θα πραγματοποιηθεί η συνάντησή τους;
  - Ποιες είναι οι ταχύτητες των κινητών τη στιγμή της συνάντησής τους;
  - Να σχεδιάσετε για τα παραπάνω κινητά σε κοινούς άξονες τα διαγράμματα ταχύτητας – χρόνου.
  - Ποια χρονική στιγμή το 2<sup>ο</sup> κινητό θα προηγείται του 1<sup>ου</sup> κατά  $30m$ ;
  - Ποια χρονική στιγμή θα είχε πραγματοποιηθεί η συνάντησή τους αν το δεύτερο κινητό περνούσε από το αρχικό σημείο με καθυστέρηση  $2s$ ;

(Απ: **α.**  $2s$  ,  $8m$  **β.**  $4m/s$  ,  $8m/s$  **δ.**  $5s$  **ε.**  $5.24s$ )

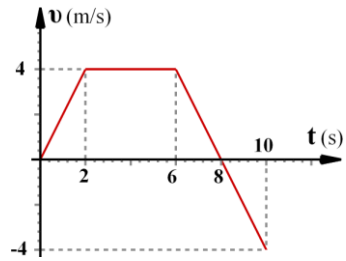
6. Την χρονική στιγμή  $t = 0$  τα 2 κινητά Α και Β του σχήματος βρίσκονται στο σημείο Ο. Το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον άξονα Οy με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 3m/s$ , ενώ το κινητό Β, αρχικά ακίνητο, αρχίζει να εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον άξονα Οx με επιτάχυνση μέτρου  $a = 4m/s^2$ .



- Υπολογίστε την μετατόπιση του 1<sup>ου</sup> κινητού τη χρον. στιγμή  $t = 2s$ .
- Πόσο απέχουν τα 2 κινητά την χρονική στιγμή  $t = 2s$ ;
- Τα 2 κινητά σχηματίζουν με την κίνησή τους ένα νοητό ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΒ. Ποιά χρονική στιγμή το τρίγωνο αυτό γίνεται ισοσκελές;
- Αποδείξτε ότι το εμβαδόν Ε του παραπάνω νοητού τριγώνου την χρονική στιγμή  $t_1$  είναι ίσο με  $E = 3t_1^3$ .

(Απ: **α.**  $6m$  **β.**  $10m$  **γ.**  $1.5s$ )

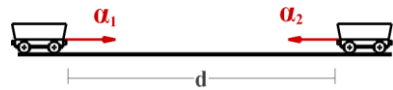
7. Υλικό σημείο κινείται ευθύγραμμα και η κίνησή του περιγράφεται από το διπλανό διάγραμμα.



- α. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του τις χρ. στιγμές  $t = 1s$ ,  $t = 4s$  και  $t = 7s$ .
- β. Σχεδιάστε για την παραπάνω συνολική κίνηση το βαθμολογημένο διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου.
- γ. Υπολογίστε τη συνολική μετατόπιση του κινητού τις χρονικές στιγμές  $t = 8s$  και  $t = 10s$ .
- δ. Υπολογίστε το συνολικό διάστημα που έχει διανύσει το κινητό τις χρονικές στιγμές  $t = 8s$  και  $t = 10s$ .

(Απ: α.  $2m/s^2$ ,  $0$ ,  $2m/s^2$  γ.  $24m$ ,  $20m$  δ.  $24m$ ,  $28m$ )

8. Τα 2 σώματα του σχήματος απέχουν απόσταση  $d = 100m$ , είναι αρχικά ακίνητα και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα το ένα προς το άλλο με σταθερές επιταχύνσεις  $a_1 = 2m/s^2$  και  $a_2 = 6m/s^2$  αντίστοιχα.



- α. Ποιά χρονική στιγμή θα συναντηθούν και σε ποιο σημείο;
- β. Να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας χρόνου για τα δύο κινητά σε κοινούς βαθμολογημένους άξονες.

(Απ: α.  $5s$ ,  $25m$  από το σημείο εκκίνησης του  $1^{ου}$  σώματος)

9. Σε σώμα μάζας  $m = 2kg$  που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται 2 οριζόντιες αντίρροπες δυνάμεις μέτρων  $F_1 = 10N$  και  $F_2 = 4N$  αντίστοιχα.

- α. Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα.
- β. Υπολογίστε την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει καθώς και τη μετατόπισή του τη χρονική στιγμή  $t = 4s$ .
- γ. Αν τη χρονική στιγμή  $t = 4s$  μηδενιστεί η δύναμη  $F_2$ , υπολογίστε τη νέα επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα.
- δ. Ποια θα είναι η μετατόπισή του στα επόμενα  $2s$  από τη στιγμή που μηδενίστηκε η  $F_2$ ;

(Απ: α.  $6N$  β.  $12m/s$ ,  $24m$  γ.  $5m/s^2$  δ.  $34m$ )

10. Στο αρχικά ακίνητο σώμα του σχήματος ασκούνται οι οριζόντιες δυνάμεις:

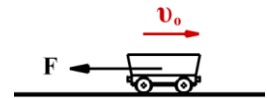
$$F_1 = 6\text{N}, F_2 = 4\text{N}, \text{ και } F_3 = 8\text{N}.$$



- Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα και την επιτάχυνση που αποκτά, αν η μάζα του είναι ίση με  $m = 1\text{kg}$ .
- Ποια θα είναι η μετατόπιση του σώματος στο τέταρτο δευτερόλεπτο;
- Ποιο θα ήταν το μέτρο της δύναμης  $F_3$  ώστε το σώμα να αποκτήσει διπλάσια επιτάχυνση;
- Ποιο θα ήταν το μέτρο της  $F_3$  ώστε το σώμα να αποκτήσει επιτάχυνση του ίδιου μέτρου αλλά αντίθετης φοράς από αυτήν του (α) ερωτήματος; Τριβές δεν υπάρχουν.

(Απ: α.  $2\text{N}$ ,  $2\text{m/s}^2$  β.  $7\text{m}$  γ.  $6\text{N}$  δ.  $12\text{N}$ )

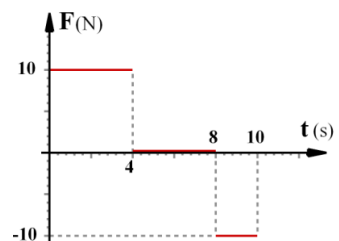
11. Στο σώμα  $m = 4\text{kg}$  του σχήματος που κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 20\text{m/s}$  ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$ , αντίθετης φοράς με αποτέλεσμα το σώμα να σταματήσει σε  $10\text{s}$ .



- Υπολογίστε τη δύναμη  $F$  που ασκείται στο σώμα.
- Υπολογίστε την ολική του μετατόπιση μέχρι να σταματήσει.
- Ποια είναι η μετατόπισή του στα πρώτα  $2\text{s}$  της κίνησής του;
- Ποιο θα έπρεπε να ήταν το μέτρο της δύναμης  $F$  προκειμένου το σώμα να διανύσει διπλάσια μετατόπιση μέχρι να σταματήσει;

(Απ: α.  $8\text{N}$  β.  $100\text{m}$  γ.  $36\text{m}$  δ.  $4\text{N}$ )

12. Σε ακίνητο σώμα μάζας  $m = 5\text{kg}$  που ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη  $F$  της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος.



- Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτά σε κάθε χρονικό στάδιο της κίνησής του, και σχεδιάστε την σε βαθμολογημένους άξονες σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Υπολογίστε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το σώμα. Ποιες χρονικές στιγμές κινείται με αυτό;
- Υπολογίστε την ολική μετατόπιση του σώματος.

(Απ: α.  $2\text{m/s}^2$ ,  $0$ ,  $-2\text{m/s}^2$  β.  $8\text{m/s}$  γ.  $60\text{m}$ )

13. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αφήνεται αρχικά ακίνητο από ύψος  $H = 80\text{m}$  από το έδαφος.

α. Υπολογίστε το βάρος του.

β. Υπολογίστε την ταχύτητα και τη μετατόπισή του τη χρον. στιγμή  $t = 2\text{s}$ .

γ. Πόσο θα απέχει από το έδαφος τη χρονική στιγμή  $t = 3\text{s}$ ;

δ. Σε πόσο χρόνο φτάνει στο έδαφος και με ποια ταχύτητα;

ε. Ποια θα ήταν η απάντησή σας στο (δ) ερώτημα αν το σώμα είχε αρχικά εκτοξευθεί προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 30\text{m/s}$ ;

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.

(Απ: α.  $20\text{N}$  β.  $20\text{m/s}$ ,  $20\text{m}$  γ.  $35\text{m}$  δ.  $4\text{s}$ ,  $40\text{m/s}$  ε.  $2\text{s}$ ,  $50\text{m/s}$ )

14. Σημειακό αντικείμενο εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 20\text{m/s}$ .

α. Υπολογίστε την ταχύτητα και τη μετατόπισή του τη χρον. στιγμή  $t = 1\text{s}$ .

β. Υπολογίστε το χρόνο ανόδου και το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει.

γ. Ποιες χρονικές στιγμές βρίσκεται σε ύψος  $h = 18.75\text{m}$  από το έδαφος;

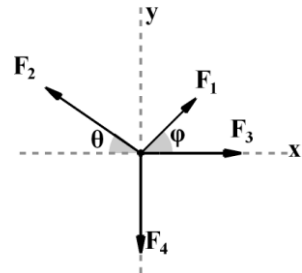
δ. Σε πόσο χρόνο επιστρέφει στο έδαφος και με ποια ταχύτητα;

Οι αντιστάσεις του αέρα παραλείπονται.

(Απ: α.  $10\text{m/s}$ ,  $15\text{m}$  β.  $2\text{s}$ ,  $20\text{m}$  γ.  $1.5\text{s}$ ,  $2.5\text{s}$  δ.  $4\text{s}$ ,  $-20\text{m/s}$ )

15. Υπολογίστε τη συνισταμένη των δυνάμεων στο σχήμα. Δίνονται:  $F_1 = 10\sqrt{2}\text{N}$ ,  $F_2 = 20\text{N}$ ,  $F_3 = 9\text{N}$ ,  $F_4 = 18\text{N}$ ,  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\eta\mu\theta = 3/5$ ,  $\sigma\eta\nu\theta = 4/5$ .

(Απ:  $5\text{N}$ ,  $\epsilon\varphi\omega = 4/3$ )



16. Δύο σώματα που έχουν ίσες μάζες  $m = 10\text{kg}$ , ηρεμούν σε οριζόντιο επίπεδο με συντελεστή τριβής  $\mu = 0.2$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούνται σε αυτά δυνάμεις ίσου μέτρου  $F = 50\text{N}$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται  $\theta = 30^\circ$ .

α. Υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στα 2 σώματα.

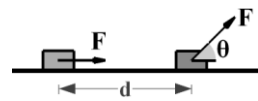
β. Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτά το κάθε σώμα.

γ. Αν τα 2 σώματα αρχικά απέχουν απόσταση  $d = 100\text{m}$ , πόσο θα απέχουν σε χρόνο  $t = 10\text{s}$ ;

Δίνεται  $\sigma\eta\nu\theta = 4/5$ ,  $\eta\mu\theta = 3/5$ .

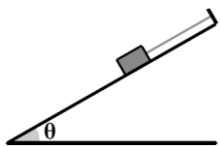
(Απ: α. I.  $100\text{N}$ ,  $100\text{N}$ ,  $20\text{N}$  II.  $100\text{N}$ ,  $70\text{N}$ ,  $14\text{N}$

β.  $2\text{m/s}^2$ ,  $2.6\text{m/s}^2$  γ.  $130\text{m}$ )





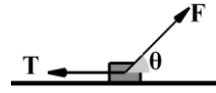
17. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αφήνεται αρχικά ακίνητο να ολισθήσει από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$ . Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και εδάφους είναι  $\mu = \sqrt{3}/5$ .
- Υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
  - Υπολογίστε την επιτάχυνση που αυτό αποκτά.
  - Ποια η ταχύτητά του και ποια η μετατόπιση του τη χρον. στιγμή  $t = 2\text{s}$ ;  
(Απ: α.  $20\text{N}$  ,  $10\sqrt{3}\text{N}$  ,  $6\text{N}$  β.  $2\text{m/s}^2$  γ.  $4\text{m/s}$  ,  $4\text{m}$ )

18. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης  $\theta = 30^\circ$ , όπως στο σχήμα.
- 
- Υπολογίστε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
  - Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  κόβουμε το νήμα με αποτέλεσμα το σώμα να φτάσει στη βάση του επιπέδου σε χρόνο  $t = 4\text{s}$ . Υπολογίστε την απόσταση που διένυσε το σώμα.
  - Ποια θα ήταν η απάντηση στο προηγούμενο ερώτημα αν το είχε διπλάσια μάζα;  
(Απ: α.  $20\text{N}$  ,  $10\sqrt{3}\text{N}$  ,  $10\text{N}$  β.  $40\text{m}$  γ. ίδια)

19. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί στη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ . Ο συντελεστής τριβής σώματος – επιπέδου είναι  $\mu = \sqrt{3}/4$ .
- Υπολογίστε το μέτρο δύναμης  $F$  παράλληλης με το κεκλιμένο επίπεδο έτσι ώστε το σώμα να ανεβαίνει κατά μήκος του επιπέδου με σταθερή ταχύτητα  $v = 10\text{m/s}$ . Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στη κορυφή αν το μήκος του επιπέδου είναι  $s = 10\text{m}$ ;
  - Έστω ότι ασκείται στο σώμα δύναμη  $F'$  διπλάσιου μέτρου από αυτήν του προηγούμενου ερωτήματος. Ποια επιτάχυνση αποκτά το σώμα;
  - Ποια επιτάχυνση θα αποκτούσε το σώμα αν η  $F'$  ήταν οριζόντια;  
(Απ: α.  $17.5\text{N}$  ,  $1\text{s}$  β.  $8.75\text{m/s}^2$  γ.  $2.61\text{m/s}^2$ )

20. Σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο συντελεστή τριβής  $\mu = 0.2$  και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκείται σε αυτό οριζόντια δύναμη  $F = 40\text{N}$ .
- Υπολογίστε τα μέτρα των υπόλοιπων δυνάμεων που του ασκούνται.
  - Υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης που αυτό αποκτά.
  - Βρείτε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$ .
  - Αν τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$  η δύναμη  $F$  παύει να ασκείται στο σώμα, υπολογίστε το μέτρο της επιβράδυνσης που αυτό αποκτά. Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει την κίνησή του;  
(Απ: α.  $100\text{N}$  ,  $100\text{N}$  ,  $20\text{N}$  β.  $2\text{m/s}^2$  γ.  $8\text{m/s}$  ,  $16\text{m}$  δ.  $2\text{m/s}^2$  ,  $4\text{s}$ )

21. Στο σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  που ηρεμεί στο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος ασκείται δύναμη  $F = 40\sqrt{2}\text{ N}$ , που σχηματίζει με το επίπεδο γωνία  $\theta = 45^\circ$ , με αποτέλεσμα αυτό να αποκτήσει ταχύτητα  $v = 4\text{m/s}$  όταν έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 4\text{m}$ .

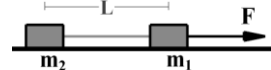


- α. Υπολογίστε την επιτάχυνσή του.  
 β. Υπολογίστε τη δύναμη στήριξης που ασκεί το έδαφος στο σώμα.  
 γ. Υπολογίστε το συντελεστή τριβής  $\mu$  μεταξύ σώματος και εδάφους.  
 (Απ: α.  $2\text{m/s}^2$  β.  $60\text{N}$  γ.  $1/3$ )

22. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ , του οποίου ο συντελεστής στατικής τριβής είναι  $\mu_s = \sqrt{3}/2$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη  $F = 20\text{N}$ , παράλληλη με το επίπεδο με φορά προς τα πάνω.

- α. Θα κινηθεί το σώμα;  
 β. Έστω ότι το σώμα αποκτά ταχύτητα  $v_0 = 50\text{m/s}$  με φορά προς τα πάνω. Υπολογίστε το μέτρο της επιβράδυνσής του. Σε πόσο χρόνο θα σταματήσει; Θα καταφέρει να επιστρέψει στη βάση του επιπέδου;  
 Δεχθείτε ότι ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ σώματος και επιπέδου ταυτίζεται με το συντελεστή στατικής τριβής.  
 (Απ: α. όχι β.  $12.5\text{m/s}^2$ ,  $4\text{s}$ , όχι)

23. Τα 2 σώματα του σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 2\text{kg}$ ,  $m_2 = 4\text{kg}$  και είναι αρχικά ακίνητα. Στο σώμα  $m_1$

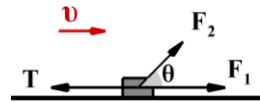


ασκείται δύναμη  $F = 60\text{N}$  παράλληλη με το έδαφος. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στα 2 σώματα και το έδαφος είναι  $\mu = 0.5$ .

- α. Υπολογίστε το μέτρο της τριβής που ασκείται σε κάθε σώμα, καθώς και το μέτρο της τάσης του νήματος.  
 β. Υπολογίστε την επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα, καθώς και την ταχύτητά τους τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$ .  
 γ. Τη χρονική στιγμή  $t = 4\text{s}$ , κόβεται το σχοινί. Πόσο απέχουν τα 2 σώματα μετά από  $2\text{s}$ , αν η αρχική τους απόσταση είναι  $L = 2\text{m}$ ;

(Απ: α.  $10\text{N}$ ,  $20\text{N}$ ,  $40\text{N}$  β.  $5\text{m/s}^2$ ,  $20\text{m/s}$  γ.  $62\text{m}$ )

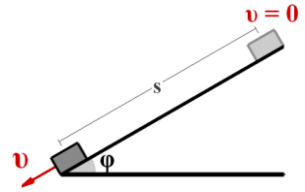
24. Σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  κινείται αρχικά με ταχύτητα  $5\text{m/s}$ . Στο σώμα ασκούνται οι δυνάμεις  $F_1 = 30\text{N}$ ,  $F_2 = 20\sqrt{2}\text{ N}$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Για μετα-



τόπιση του σώματος κατά  $x = 10\text{m}$  υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται σε αυτό, καθώς και την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το σώμα. Δίνεται  $\theta = 45^\circ$  και ο συντελεστής τριβής σώματος – επιπέδου  $\mu = 0.5$ .

(Απ:  $W_B = W_N = 0$ ,  $W_{F1} = 300\text{J}$ ,  $W_{F2} = 200\text{J}$ ,  $W_T = -400\text{J}$ ,  $3\sqrt{5}\text{ m/s}$ )

25. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αρχικά ακίνητο στην κορυφή κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$  και μήκους  $s = 4\text{m}$  κινείται προς τη βάση του επιπέδου και φτάνει σε αυτή με ταχύτητα μέτρου  $v$ .



- Υπολογίστε την επιτάχυνση του σώματος.
- Υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται στο σώμα, καθώς και την ταχύτητα με την οποία φτάνει στη βάση του επιπέδου.
- Υπολογίστε τη θερμότητα που αναπτύχθηκε κατά την κίνησή του.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου  $\mu = \sqrt{3}/5$ .

(Απ: α.  $2\text{m/s}^2$  β.  $W_B = 40\text{J}$ ,  $W_T = -24\text{J}$ ,  $W_N = 0$ ,  $4\text{m/s}$  γ.  $24\text{J}$ )

26. Σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο αναπτύσσει τριβή συντελεστή  $\mu = 0.5$ . Στη θέση  $x = 0$  το σώμα έχει ταχύτητα  $v_0 = 2\text{m/s}$  και του ασκείται οριζόντια δύναμη μεταβλητού μέτρου σύμφωνα με τη σχέση:  $F = 40 + 20x$  (S.I.), ομόρροπη της  $v_0$ .

- Για μετατόπιση των πρώτων 4 μέτρων υπολογίστε το έργο της δύναμης  $F$  καθώς και της τριβής που ασκείται στο σώμα.
- Υπολογίστε την ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το σώμα στη θέση αυτή.

(Απ: α.  $W_F = 320\text{J}$ ,  $W_T = -200\text{J}$  β.  $\sqrt{28}\text{m/s}$ )

27. Σώμα μάζας  $m = 10\text{kg}$  κινείται οριζόντια σε ύψος  $H = 10\text{m}$  από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα  $v = 4\text{m/s}$ . Θεωρείστε ότι το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος. Υπολογίστε:

- τη δυναμική, την κινητική και τη μηχανική ενέργεια του σώματος.
- την ορμή του καθώς και το ρυθμό μεταβολής της.

(Απ: α.  $1000\text{J}$ ,  $80\text{J}$ ,  $1080\text{J}$  β.  $40\text{kg}\cdot\text{m/s}$ ,  $0$ )

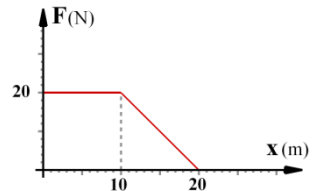
28. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  αφήνεται αρχικά ακίνητο από ύψος  $H = 80\text{m}$  από το έδαφος.

- Για τη χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  υπολογίστε την ταχύτητά του, την ορμή του, τη δυναμική, την κινητική και τη μηχανική του ενέργεια.
- Υπολογίστε την ταχύτητα  $v_{\text{εδ}}$  με την οποία φτάνει στο έδαφος.
- Τη στιγμή που κινείται με  $v_{\text{εδ}}/2$ , υπολογίστε την ορμή του, το ρυθμό μεταβολής της ορμής του, καθώς και το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής του ενέργειας. Αντιστάσεις αέρα παραλείπονται. Θεωρείστε ότι το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας είναι το οριζόντιο έδαφος.

(Απ: α.  $10\text{m/s}$ ,  $20\text{kg}\cdot\text{m/s}$ ,  $1500\text{J}$ ,  $100\text{J}$ ,  $1600\text{J}$

β.  $40\text{m/s}$  γ.  $40\text{Kg}\cdot\text{m/s}$ ,  $20\text{N}$ ,  $400\text{J/s}$ )

29. Σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$  με μέτρο που μεταβάλλεται όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α. Υπολογίστε την ταχύτητα που αποκτά το σώμα στη θέση  $x = 10\text{m}$  και στη θέση  $x = 20\text{m}$ .
- β. Υπολογίστε την ισχύ της  $F$  τη στιγμή που το σώμα περνά από τις παραπάνω θέσεις.
- γ. Στη θέση  $x = 20\text{m}$  η  $F$  παύει να ασκείται στο σώμα και τη θέση της παίρνει σταθερή δύναμη  $F' = 20\text{N}$  αντίρροπη της ταχύτητάς του. Πόσα μέτρα επιπλέον θα διανύσει το σώμα μέχρι να σταματήσει;

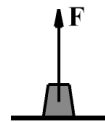
(Απ: α.  $10\text{m/s}$  ,  $\sqrt{150}\text{ m/s}$  β.  $200\text{W}$  ,  $0$  γ.  $15\text{m}$ )

30. Σώμα μάζας  $m = 2\text{kg}$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$  με ταχύτητα  $v_0 = 10\text{m/s}$ . Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη  $F = 20\text{N}$  ομόρροπη της ταχύτητάς του.

- α. Υπολογίστε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.
- β. Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά  $x = 30\text{m}$ .
- γ. Στη θέση αυτή υπολογίστε την ορμή του σώματος, το ρυθμό μεταβολής της, το ρυθμό προσφοράς ενέργειας στο σώμα από τη δύναμη  $F$ , το ρυθμό ανάπτυξης θερμότητας λόγω τριβής με το έδαφος και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.
- δ. Σε ποια μετατόπιση το μέτρο της αρχικής ταχύτητας του σώματος θα έχει τριπλασιαστεί;

(Απ: α.  $20\text{N}$  ,  $20\text{N}$  ,  $10\text{N}$  β.  $20\text{m/s}$   
γ.  $40\text{kg}\cdot\text{m/s}$  ,  $10\text{N}$  ,  $400\text{J/s}$  ,  $-200\text{J/s}$  ,  $200\text{J/s}$  δ.  $80\text{m}$ )

31. Σώμα μάζας  $m = 1\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο το οποίο θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη  $F = 20\text{N}$  με φορά προς τα πάνω.



- α. Υπολογίστε την ταχύτητα του σώματος όταν έχει ανέβει κατά  $x = 5\text{m}$ .
- β. Στη θέση αυτή υπολογίστε την ορμή του και το ρυθμό μεταβολής της.
- γ. Υπολογίστε τη δυναμική του ενέργεια.
- δ. Όταν το σώμα φτάσει στη θέση  $x = 5\text{m}$ , η  $F$  μηδενίζεται. Υπολογίστε το μέγιστο ύψος από το έδαφος που θα καταφέρει να φτάσει το σώμα.
- ε. Επί πόσο χρόνο θα πέφτει στη συνέχεια μέχρι να φτάσει στο έδαφος;

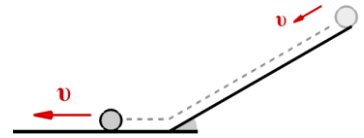
(Απ: α.  $10\text{m/s}$  β.  $10\text{kg}\cdot\text{m/s}$  ,  $10\text{N}$  γ.  $50\text{J}$  δ.  $10\text{m}$  ε.  $\sqrt{2}\text{ s}$ )

32. Σώμα μάζας  $m = 4\text{kg}$  ισορροπεί στη βάση κεκλιμένου επιπέδου κλίσης  $30^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει τριβή με συντελεστή  $\mu = \sqrt{3}/2$ . Η βάση του επιπέδου θεωρείται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Στο σώμα ασκείται δύναμη  $F$  παράλληλη με το οριζόντιο επίπεδο με αποτέλεσμα αυτό να ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα  $v = 4\text{ m/s}$ .

- α. Υπολογίστε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα.  
 β. Υπολογίστε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος.  
 γ. Υπολογίστε τη μετατόπισή του, τη δυναμική, την κινητική καθώς και τη μηχανική του ενέργεια τη χρονική στιγμή  $t = 3\text{s}$ . Θεωρήστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας τη βάση του επιπέδου.

(Απ: α.  $B = 40\text{N}$ ,  $N = 20\sqrt{3}\text{N}$ ,  $T = 30\text{N}$ ,  $F = 50\text{N}$   
 β. 0 γ.  $12\text{m}$ ,  $240\text{J}$ ,  $32\text{J}$ ,  $272\text{J}$ )

33. Σώμα μάζας  $m$  κινείται σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης  $\varphi = 60^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει τριβή ίση με  $50\text{N}$ . Στη συνέχεια εισέρχεται σε οριζόντιο επίπεδο του ίδιου συντελεστή τριβής, με αρχική κινητική ενέργεια  $K = 200\text{J}$ .



- α. Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στο σώμα στο οριζόντιο επίπεδο.  
 β. Πόσα μέτρα θα διανύσει στο επίπεδο μέχρι να σταματήσει;

(Απ: α.  $100\text{N}$  β.  $2\text{m}$ )

34. Σώμα μάζας  $m = 5\text{kg}$  ισορροπεί σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη  $F$  της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση :  $F = 100 - 10x$  (S.I.).

- α. Υπολογίστε το έργο της  $F$  για κατακόρυφη μετατόπισή του κατά  $10\text{m}$ .  
 β. Ποια θα είναι η ταχύτητα του σώματος και ποια η δυναμική του ενέργεια σε αυτήν τη θέση;  
 γ. Υπολογίστε το ρυθμό αύξησης της δυναμικής του ενέργειας τη στιγμή αυτή.  
 δ. Σε ποιο σημείο θα αποκτήσει το σώμα μέγιστη ταχύτητα;  
 Να υπολογίσετε το μέτρο της.

(Απ: α.  $500\text{J}$  β. 0,  $500\text{J}$  γ. 0 δ.  $5\text{m}$ ,  $5\sqrt{2}\text{ m/s}$ )

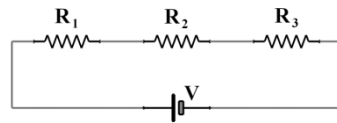
35. Δύο αντιστάτες  $R_1 = 3\Omega$  και  $R_2 = 5\Omega$  συνδέονται σε σειρά, και στα άκρα τους εφαρμόζεται διαφορά δυναμικού  $V = 16\text{Volt}$ .
- Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση
  - Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
  - Να υπολογιστεί η τάση στα άκρα κάθε αντίστασης.
  - Να υπολογιστεί η ισχύς της πηγής, καθώς και η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη  $R_1$ .
  - Να υπολογιστεί η θερμότητα που αναπτύσσεται στον αντιστάτη  $R_2$  σε χρόνο  $t = 10\text{sec}$ .

(Απ: α.  $8\Omega$  β.  $2A$  γ.  $6V, 10V$  δ.  $32W, 12W$  ε.  $200J$ )

36. Δύο αντιστάτες  $R_1 = 4\Omega$  και  $R_2 = 12\Omega$  συνδέονται παράλληλα, και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 12\text{Volt}$ .
- Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση του κυκλώματος.
  - Να υπολογιστεί η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη καθώς και η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.
  - Να υπολογιστεί η ισχύς του αντιστάτη  $R_1$ , καθώς και στον αντιστάτη  $R_2$ .
  - Να υπολογιστεί η ισχύς της πηγής, καθώς και η ενέργεια που προσφέρει στο κύκλωμα σε  $t = 1\text{min}$ .

(Απ: α.  $3\Omega$  β.  $12V, 12V, 3A, 1A$  γ.  $36W, 12W$  δ.  $48W, 2880J$ )

37. Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  και  $R_3 = 5\Omega$  συνδέονται σε σειρά και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 20\text{Volt}$ .



- Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση.
- Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη καθώς και η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.
- Αν συνδέσουμε ένα ιδανικό βολτόμετρο στα άκρα των αντιστατών  $R_2$  και  $R_3$  ταυτόχρονα, να υπολογιστεί η ένδειξή του.
- Να υπολογιστεί η ισχύς που καταναλώνεται στους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$ .
- Να υπολογιστεί η θερμότητα που αναπτύσσεται στον αντιστάτη  $R_3$  σε χρόνο  $t = 10\text{s}$ .

(Απ: α.  $10\Omega$  β.  $2A$  γ.  $2A, 4V, 6V, 10V$  δ.  $16W$  ε.  $8W, 12W$  στ.  $200J$ )

38. Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 3\Omega$  και  $R_3 = 6\Omega$  συνδέονται παράλληλα, και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση  $V = 12\text{Volt}$ .
- Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση του κυκλώματος.
  - Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.

- γ. Να υπολογιστεί η ισχύς που δαπανάται στους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$ .  
 δ. Να υπολογιστεί η ολική θερμότητα στο κύκλωμα σε χρόνο  $t = 10s$ .  
 ε. Να υπολογιστεί το ηλεκτρικό φορτίο που πέρασε από μια διατομή του αντιστάτη  $R_2$  σε χρόνο  $t = 3s$ .

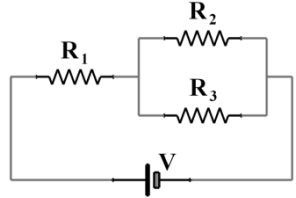
(Απ: α.  $1\Omega$  β.  $6A, 4A, 2A$  γ.  $72W, 48W$  δ.  $1440J$  ε.  $12C, 7.5C$ )

39. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 6\Omega$  και  $V = 12V$ olts.

- α. Υπολογίστε την ολική αντίστασή του καθώς και την ολική ένταση του ρεύματος  $I$  που το διαρρέει.  
 β. Υπολογίστε την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη καθώς και την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει.  
 γ. Υπολογίστε την ολική ισχύ του κυκλώματος καθώς και την ισχύ που καταναλώνεται στον αντιστάτη  $R_2$ .  
 δ. Υπολογίστε την θερμότητα που εκλύεται στον αντιστάτη  $R_3$  σε  $t = 10s$ .

(Απ: α.  $4\Omega, 3A$  β.  $6V, 6V, 6V, 3A, 2A, 1A$  γ.  $36W, 12W$  δ.  $60J$ )



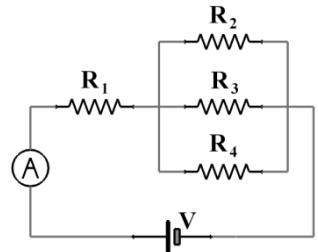
40. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

$R_1 = R_2 = 2\Omega, R_3 = R_4 = 4\Omega$ .

Αν η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$  είναι ίση με  $I_2 = 1A$ , υπολογίστε:

- α. Την ολική αντίσταση του κυκλώματος.  
 β. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους αντιστάτες  $R_3$  και  $R_4$ , καθώς και την ένδειξη του αμπερομέτρου.  
 γ. Την τάση  $V$  στα άκρα του κυκλώματος.  
 δ. Την ισχύ που καταναλώνεται σε κάθε αντιστάτη.  
 ε. Την ολική ισχύ του κυκλώματος. Το αμπερόμετρο είναι ιδανικό.

(Απ: α.  $3\Omega$  β.  $0.5A, 0.5A, 2A$  γ.  $6V$  δ.  $8W, 2W, 1W, 1W$  ε.  $12W$ )

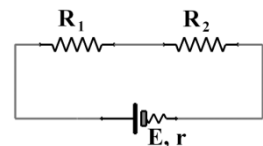


41. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

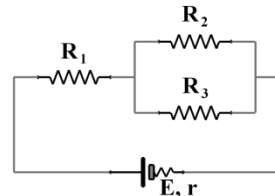
$R_1 = 3\Omega, R_2 = 6\Omega, E = 20V$  και  $r = 1\Omega$ . Υπολογίστε:

- α. Την ολική αντίσταση του κυκλώματος καθώς και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την πηγή.  
 β. Την τάση στα άκρα των αντιστατών  $R_1$  και  $R_2$ .  
 γ. Την τάση στους πόλους της πηγής, την ολική ισχύ καθώς και την ισχύ που προσφέρεται από την πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα.  
 δ. Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως.

(Απ: α.  $10\Omega, 2A$  β.  $6V, 12V$  γ.  $18V, 40W, 36W$  δ.  $20A$ )



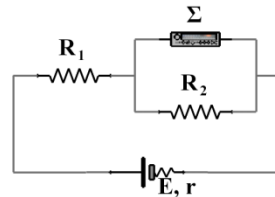
42. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται:  $R_1 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$ ,  $R_3 = 4\Omega$ ,  $E = 20V$  και  $r = 1\Omega$ . Υπολογίστε:



- α. Την ολική αντίσταση του εξωτερικού κυκλώματος, καθώς και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή.
- β. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τους αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$ .
- γ. Την τάση στους πόλους της πηγής.
- δ. Την ηλεκτρική ισχύ της πηγής, την ισχύ που προσφέρεται στο εξωτερικό κύκλωμα καθώς και την απόδοση της πηγής.
- ε. Το ρεύμα βραχυκύκλωσης.

(Απ: α.  $4\Omega$ ,  $4A$  β.  $2A$ ,  $2A$  γ.  $16V$  δ.  $80W$ ,  $64W$ ,  $80\%$  ε.  $20A$ )

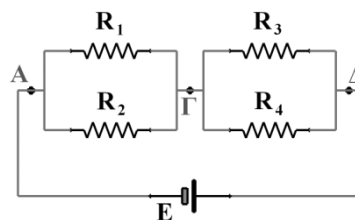
43. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $R_1 = 3\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $E = 30V$  και  $r = 2\Omega$ . Οι ενδείξεις της συσκευής είναι "6V, 6W".



- α. Αποδείξτε ότι η συσκευή δεν λειτουργεί κανονικά.
- β. Ποια θα έπρεπε να ήταν η τιμή της αντίστασης  $R_1$  ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά;
- γ. Στην περίπτωση που η συσκευή λειτουργεί κανονικά πόσες κιλοβατώρες καταναλώνει σε 2 ώρες;

(Απ: β.  $10\Omega$  γ.  $12 \cdot 10^{-3} kWh$ )

43. Τέσσερις αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  και  $R_4$  με αντίστοιχες αντιστάσεις  $6\Omega$ ,  $6\Omega$ ,  $3\Omega$  και  $6\Omega$  συνδέονται, όπως φαίνεται στο παρακάτω κύκλωμα. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_3$  είναι  $4A$ . Τα άκρα Α και Δ της διάταξης συνδέονται με πηγή ΗΕΔ Ε και αμελητέα εσωτερική αντίσταση.



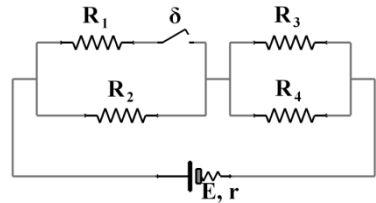
- α. Ποια θα είναι η ένδειξη ενός ιδανικού βολτομέτρου, αν τα άκρα του συνδεθούν στα σημεία Γ και Δ;
- β. Να υπολογίσετε την ολική αντίσταση του κυκλώματος
- γ. Να υπολογίσετε την ΗΕΔ της πηγής.
- δ. Να υπολογίσετε το κόστος της ηλεκτρικής ενέργειας για τη λειτουργία της διάταξης επί 24 ώρες, όταν μια kWh κοστίζει 0,07 Ευρώ.

(Απ: α.  $12V$  β.  $5\Omega$  γ.  $30V$  δ.  $0.3$  ευρώ)



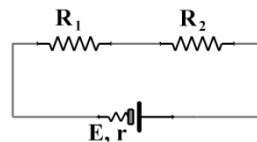
44. Τρεις αντιστάτες  $R_1 = 4\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$  και  $R_3 = 2\Omega$  συνδέονται με τέτοιον τρόπο ώστε η ολική αντίσταση να είναι ίση με  $4\Omega$ . Στα άκρα της παραπάνω διάταξης συνδέουμε πηγή  $E$  εσωτερικής αντίστασης  $r = 1\Omega$ , με αποτέλεσμα ο αντιστάτης  $R_1$  να διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως  $2A$ .
- Σχεδιάστε την παραπάνω διάταξη.
  - Υπολογίστε τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  καθώς και την ηλεκτρεγερτική δύναμη  $E$  της πηγής.
  - Υπολογίστε την ολική ηλεκτρική ισχύ καθώς και την ισχύ που προσφέρεται στο εξωτερικό κύκλωμα.
  - Αφαιρούμε από την παραπάνω διάταξη τον αντιστάτη  $R_2$ . Υπολογίστε την νέα ηλεκτρική ισχύ της πηγής.
- (Απ: β.  $2A$ ,  $4A$ ,  $20V$  γ.  $80W$ ,  $64W$  δ.  $400/7W$ )

45. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  
 $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_3 = R_4 = 4\Omega$ ,  $r = 1\Omega$ ,  $E = 30V$ olt.  
 Αν ο αντιστάτης  $R_3$  διαρρέεται από ρεύμα εντάσεως  $I_3 = 3A$ , να υπολογίσετε:



- την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_4$  καθώς και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει την ηλεκτρική πηγή.
  - την τιμή του  $R_2$ .
  - τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τους αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$ .
  - την πολική τάση και την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης  $R_3$ .
  - Ανοίγουμε τον διακόπτη  $\delta$ . Υπολογίστε την ισχύ που καταναλώνουν τώρα οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_4$ .
- (Απ: α.  $3A$ ,  $6A$  β.  $3\Omega$  γ.  $2A$ ,  $4A$  δ.  $24V$ ,  $36W$  ε.  $75W$ ,  $25W$ )

46. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  
 $E = 12\Omega$ ,  $R_1 = 5\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$  και η εσωτερική αντίσταση της πηγής είναι  $r = 1\Omega$ .



- Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος  $I$  που διαρρέει το κύκλωμα.
- Υπολογίστε την πολική τάση της πηγής.
- Υπολογίστε την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση  $R_2$ .
- Υπολογίστε την ειδική αντίσταση  $\rho$  του αντιστάτη  $R_1$  στην παραπάνω θερμοκρασία, αν το μήκος του είναι  $L = 0.5m$  και το εμβαδόν διατομής του είναι  $S = 2 \cdot 10^{-6}m^2$ .

(Απ: α.  $1A$  β.  $11V$  γ.  $6W$  δ.  $2 \cdot 10^{-5}\Omega \cdot m$ )

47. Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

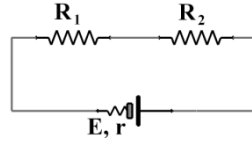
$$E = 60V, R_1 = 1\Omega, R_2 = 4\Omega, r = 1\Omega.$$

α. Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

β. Υπολογίστε την τάση στους πόλους της πηγής, καθώς και την τάση στα άκρα του αντιστάτη  $R_2$ .

γ. Υπολογίστε την ισχύ που προσφέρει η πηγή στο εξωτερικό κύκλωμα, καθώς και την ισχύ που καταναλώνεται στον αντιστάτη  $R_2$ .

δ. Παράλληλα στον αντιστάτη  $R_2$  συνδέουμε αντιστάτη αντίστασης  $R_3 = 12\Omega$ . Υπολογίστε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_2$ .



(Απ: α. 10Α β. 50V , 40V γ. 500W , 400W δ. 9Α)