

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι $(x)' = 1$

(Μονάδες 6)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως **Σωστές ή Λανθασμένες**

(α) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

(β) Έστω μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο σημείο x_0 . Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(x_0, f(x_0))$ είναι $f'(x_0)$.

(γ) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ $(\eta \mu x)' = -\sigma \nu x$.

(δ) Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους, οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος c κάθε κλάσης.

(ε) Οι αθροιστικές συχνότητες N_i εκφράζουν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

(Μονάδες 10)

A3 . Πότε μια συνάρτηση f θα λέμε ότι είναι συνεχής στο σημείο x_0 το πεδίο ορισμού της ;

(Μονάδες 6)

A4 . Να συμπληρωθούν οι ισότητες .

(α) $(x^3)' = \dots\dots\dots$

(β) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x - 4}{x - 1} = \dots\dots\dots$

(γ) Αν $f_3 = 0,3$, $v = 50$ τότε $v_3 = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

Θέμα Β

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος ομαδοποιήθηκαν σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις [.....,.....)	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[4,8)					
[8,12)		10	25		
[12,16)		12			
[16,20)			50		
Σύνολο	—		—		—

B1. α) Να αποδείξετε ότι $v_1=15$ και $v_4=13$.

(Μονάδες 3)

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

(Μονάδες 7)

B2. Να βρεθεί η μέση τιμή \bar{x} των παρατηρήσεων.

(Μονάδες 9)

B3. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί % και το αντίστοιχο πολύγωνο επί τις %.

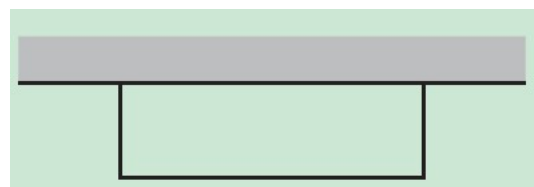
(Μονάδες 3)

B4. Να βρεθεί το εύρος και η διάμεσος των παρατηρήσεων.

(Μονάδες 3)

Θεμα Γ

Έχουμε περιφράξει με συρματοπλέγμα μήκους 100m μια ορθογώνια περιοχή από τις τρεις πλευρές της. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος. Αν το μήκος του τοίχου που θα χρησιμοποιηθεί είναι x τότε:



Γ1 . Να εκφράσετε το εμβαδόν $E(x)$ της περιοχής ως συνάρτηση

του x και να αποδείξετε ότι $E(x) = -\frac{x^2}{2} + 50x$.

(Μονάδες 7)

Γ2. Να βρεθούν οι πλευρές του ορθογωνίου για τις οποίες το εμβαδόν γίνεται μέγιστο καθώς και το εμβαδόν για τις πλευρές αυτές.

(Μονάδες 9)

Γ3. Αν $x_1 = 87,4m$ και $x_2 = 92,7$ να αποδείξετε ότι $E(x_1) + E(x_2) \leq 2500m^2$

(Μονάδες 9)

Θέμα Δ

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο :

$$f(x) = x^3 - x^2 - \alpha x + 1, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Αν ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ στο $x_0 = -\frac{1}{3}$ είναι ίσος με μηδέν, να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$.

(Μονάδες 7)

Για $\alpha = 1$

Δ2. Να μελετηθεί η f ως προς την μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της.

(Μονάδες 5)

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές $f\left(\frac{1}{2021}\right)$ και $f\left(\frac{1}{2022}\right)$

(Μονάδες 3)

Δ4. Να βρεθούν τα σημεία της γραφικής παράστασης της f στα οποία ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

(Μονάδες 10)

Καλή Επιτυχία