

ΘΕΜΑ Α

A1. Τι ονομάζουμε παράγωγο της f στο x_0 .

(5 μονάδες)

A2. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$ ισούται με $f'(x) = (c)' = 0$

(10 μονάδες)

A3. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστές (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις.

i) Ο συντελεστής διεύθυνσης της γραφικής παράστασης της $f(x)$ στο σημείο

$$A(x_0, f(x_0)) \text{ είναι ίσος με } \epsilon\phi\omega = \lim_{h \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}.$$

Σ Λ

ii) Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς το x , όταν $x = x_0$.

Σ Λ

iii) Για την παράγωγο μιας σύνθετης συνάρτησης ισχύει : $(f(g(x)))' = f'(g(x))$.

Σ Λ

iv) Αν μια συνάρτηση $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Σ Λ

v) Αν για την συνάρτηση f ισχύει $f'(x_0)$, για $x_0 \in (\alpha, \beta)$ και η παράγωγος της f' διατηρεί πρόσημο εκατέρωθεν του x_0 , τότε η f παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο αυτό.

Σ Λ

(5 x 1 μονάδα=5 μονάδες)

A3. Να συμπληρωθούν οι ισότητες.

i) $\left(\frac{x^3}{3} + 3x^2 + \sqrt{7}\right)' = \dots\dots\dots$

ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-5+h) - f(-5)}{h} = \dots\dots\dots$

iii) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = \eta\mu x$. Τότε :

$(f(x) \cdot g(x))' = \dots\dots\dots$

iv) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της $f(x) = x^2 - 4x + 3$ στο σημείο με τεμημένη $x_0 = -2$ είναι :

$\dots\dots\dots$

v) Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x)$ σχηματίζει με τον άξονα γωνία 135° τότε η κλίση της ευθείας είναι : $\lambda = \dots\dots\dots$

(5 x 1 μονάδα=5 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2}{x}$

B1. Να βρεθεί η $f'(2)$.

B2. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της $A(2, f(2))$ και να σχεδιαστεί η εφαπτομένη αυτή.

B3. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η εφαπτομένη της C_f με τους άξονες $x'x$ και yy' .

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Η θέση ενός υλικού σημείου, το οποίο εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση δίνεται από τον τύπο $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$, όπου το t μετριέται σε δευτερόλεπτα και το x σε μέτρα.

Γ1. Να βρεθεί η ταχύτητα $u(t)$ του σημείου σε χρόνο t .

Γ2. Ποια η ταχύτητα του σημείου σε χρόνο $2s$ και σε ποια σε χρόνο $4s$;

Γ3. Πότε το σημείο είναι (στιγμιαία) ακίνητο ;

Γ4. Πότε το σημείο κινείται στη θετική κατεύθυνση και πότε στην αρνητική κατεύθυνση.

Γ5. Να βρεθεί το ολικό διάστημα που έχει διανύσει το σημείο στη διάρκεια των πρώτων $5 s$.

(25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x}{x+1}$, $x \neq -1$

Δ1. Να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε κάθε διάστημα του πεδίου ορισμού της.

Δ2. Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(2022^2)$ και $f(2023^2)$.

Δ3. Να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με θετική τεμημένη, η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = 3x + 5$.

Δ4. Να βρεθεί η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f'(x)$ η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία $y = -6x$.

(25 μονάδες)

Επιμέλεια

Περδικούρης Θεμιστοκλής.